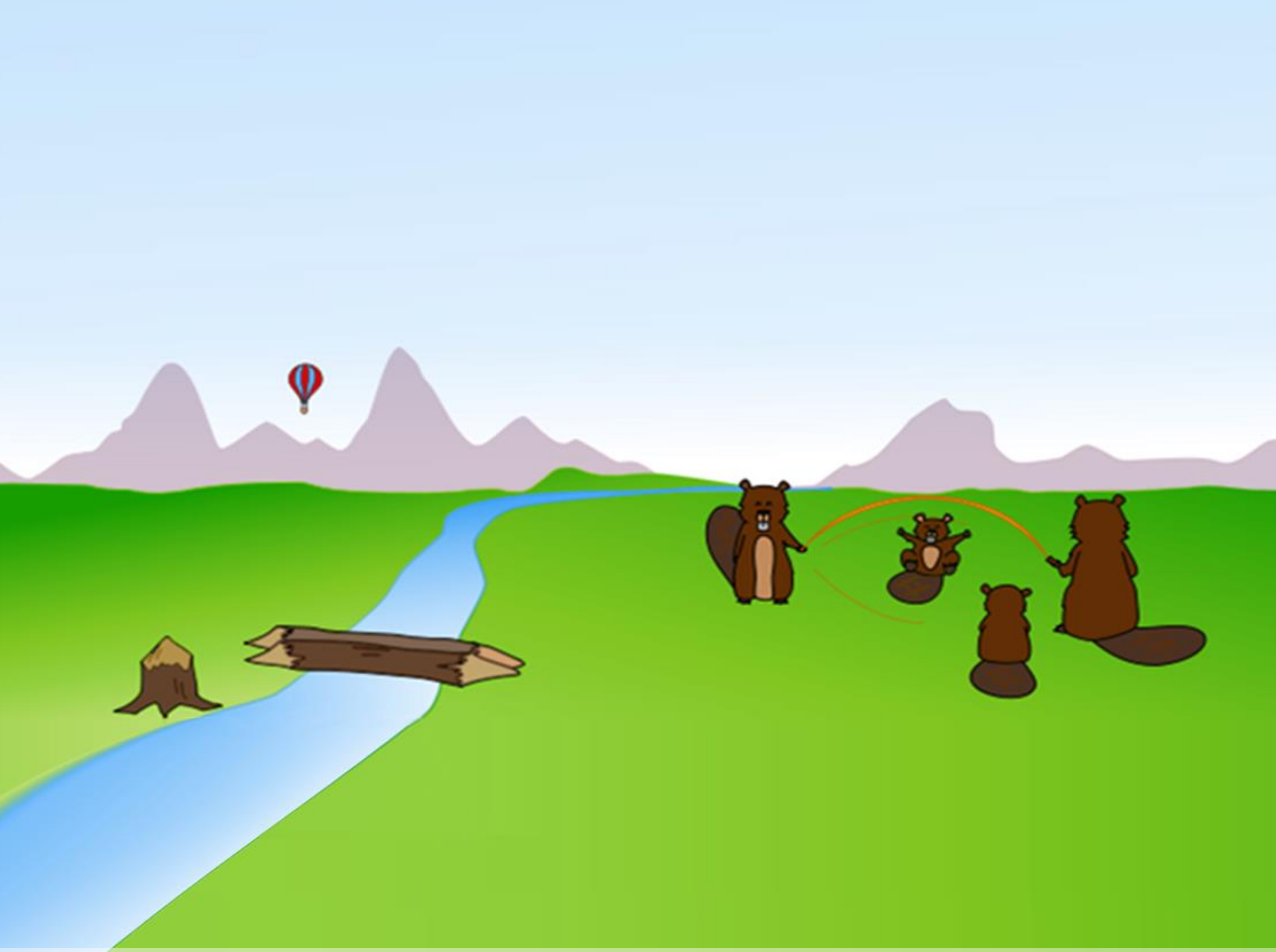


Bober 2019/20

Naloge in rešitve šolskega tekmovanja

Naloge za tekmovanje je izbral, prevedel, priredil in oblikoval Programski svet tekmovanja:

Alenka Kavčič (UL FRI)
Janez Demšar (UL FRI)
Nežka Rugelj (MIZŠ)
Špela Cerar (UL PEF)

Razvoj tekmovalnega sistema:

Gašper Fele Žorž (UL FRI)
Gregor Jerše (UL FRI)

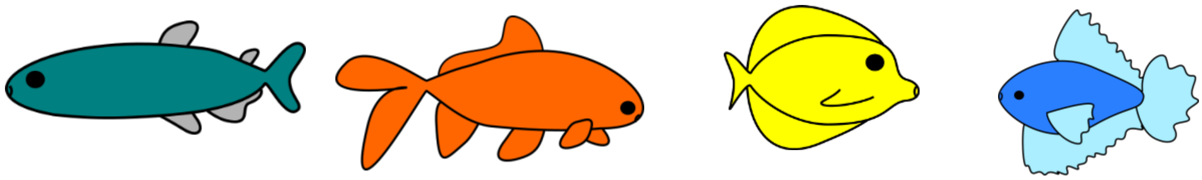
Kazalo nalog

AKVARIJ	5	Kroglice	29
VREMENSKA NAPOVED	6	Kodiranje besed	30
ŠTAMPILJKE	7	Okolju prijaznejši poleti	31
Na kmetiji	8	Razvajeni bobri	33
Vremenska napoved	9	Zapestnice	34
Frnikole	10	Prižgi vse žarnice	36
Pot domov	12	Sortirni tiri	37
Snežaki in klobuki	13	Mravlje v močvirju	39
Starobobrsko šifriranje	15	Kvadratovanje	40
Potep po vesolju	16	Izgubljeni robot	42
Vremenska napoved	18	Lažne novice	44
Parkirišče	19	Barvno steklo	45
Digitalna števila	20	Koliko je ura?	48
Pospravljanje	21	Črne in bele celice	49
Krožniki	22	Hotelski ključi	51
Šivanje	23	Barvanje vrat	52
Sef	24	Najboljša strategija	54
Starobobrsko šifriranje	25	Zrasti!	55
Kateri jezik?	26	Če ...	57
Sladice	27		

AKVARIJ

2. razred 

BINE SI ŽELI NOV AKVARIJ Z RAZLIČNIMI RIBAMI. VŠEČ SO MU:

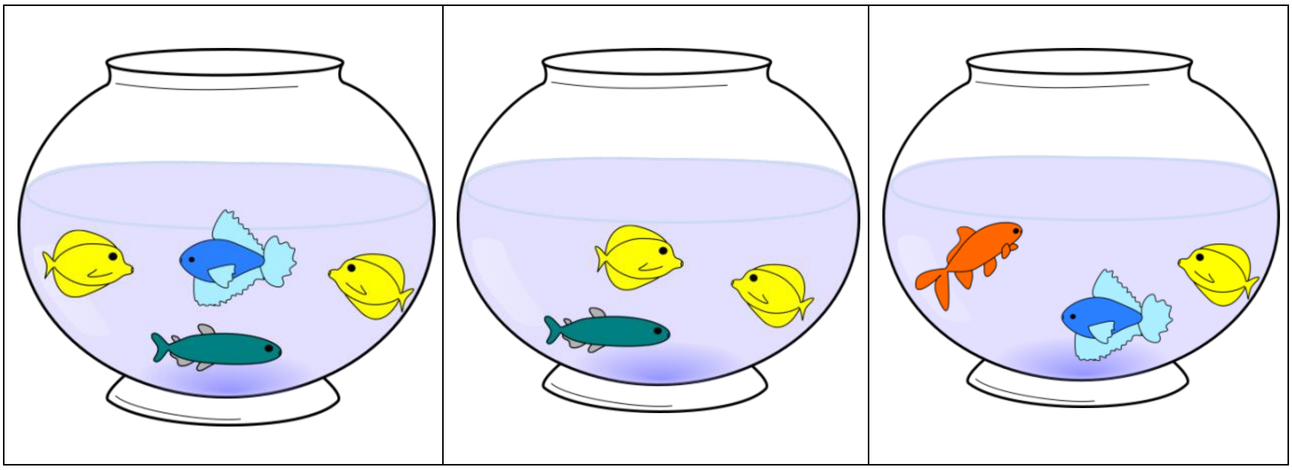


NEONKA ZLATA RIBICA SKALARKA BOJNA RIBICA

PRODAJALEC MU POVE:

- BOJNA RIBICA NE MARA NEONKE.
- SKALARKA NE MARA ZLATE RIBICE.

OBKROŽI AKVARIJ, V KATEREM SE VSE RIBE MED SEBOJ RAZUMEJO.



Rešitev

BINE LAHKO DOMOV ODNESE DRUGI AKVARIJ. V PRVEM STA SKUPAJ BOJNA RIBICA IN NEONKA, V TRETJEM PA SKALARKA IN ZLATA RIBICA.

Računalniško ozadje

Razumevanje logičnih izrazov in relacij.

VREMENSKA NAPOVED

2. razred

BOBRI SPOROČAJO VREMENSKO NAPOVED Z VRHA GORE. NAPOVED SPOROČAJO Z MAJHNIMI IN VELIKIMI DIMNIMI OBLAKI. SPOROČIJO LAHKO:

		
DEŽ	OBLAČNO	SONČNO

OB ZADNJI NAPOVEDI JE VETER RAZKADIL TRI OBLAKE IN BOBRI SO VIDELI LE:

KAKŠNO VREME SO NAPOVEDALI?

Rešitev

VREMENARJI SO NAPOVEDALI OBLAČNO VREME. PRI NAPOVEDI DEŽJA IN SONČNEGA VREMENA STA DRUGI IN ČETRTI OBLAK MAJHNA.

Računalniško ozadje

Pri prenosu podatkov uporabljamo tehnike, ki omogočajo, da zna prejemnik popraviti manjše napake ob prenosu ali manjkajoče podatke, ne da bi bilo potrebno ponovno pošiljanje sporočila ali dela sporočila.

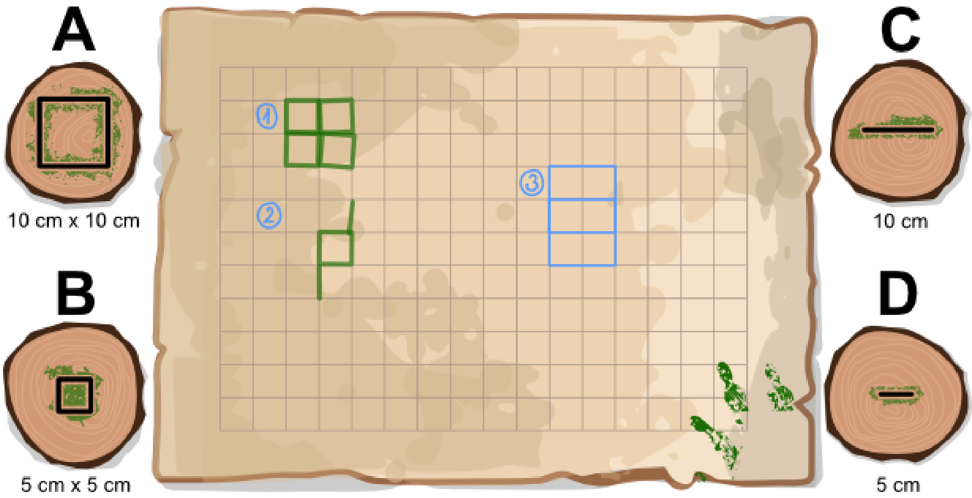
ŠTAMPILJKE

2. – 5. razred

BOBER PAVLE IMA 4 RAZLIČNE ŠTAMPILJKE. Z NJIMI JE NAREDIL 2 SLIKI.

SLIKO 1 JE NAREDIL TAKO, DA JE ŠTIRIKRAT ODTISNIL ŠTAMPILJKO B.

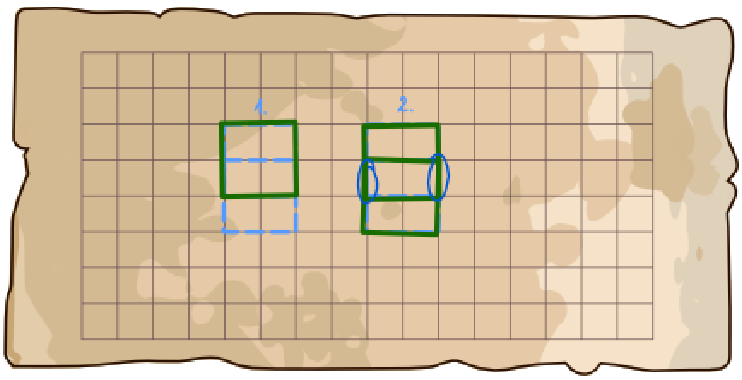
SLIKO 2 JE NAREDIL TAKO, DA JE ENKRAT ODTISNIL ŠTAMPILJKO B IN DVAKRAT ŠTAMPILJKO D.



MARIJA TRDI, DA LAHKO SLIKO 3 NAREDI LE Z ENO ŠTAMPILJKO, KI JO ODTISNE DVAKRAT. KATERO ŠTAMPILJKO MORA UPORABITI?

Rešitev

UPORABI LAHKO ŠTAMPILJKO A TAKO, DA NAJPREJ ODTISNE ZGORNJI DEL IN NATO SPODNJEGA. KOT LAHKO VIDIŠ NA SLIKI, SE ODTISA ŠTAMPILJK NA DVEH MESTIH PREKRIVATA. TI MESTI STA OBKROŽENI Z MODRO.



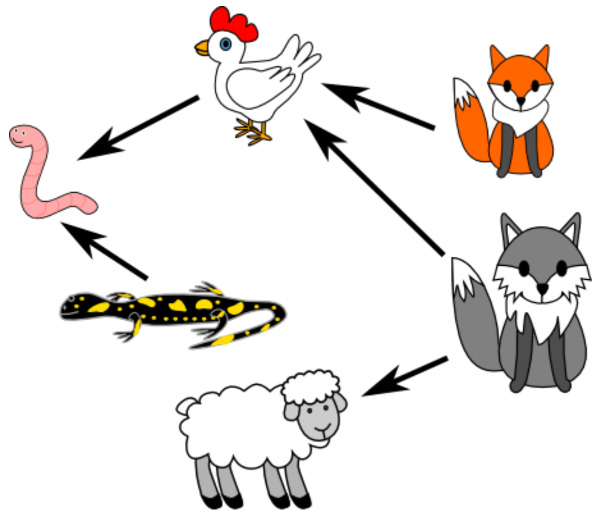
Računalniško ozadje

Sliko 3 bi lahko naredili tudi z večkratnim odtiskanjem štampiljk C ali D. Za to bi potrebovali več potez, kot smo jih uporabili pri odtiskanju štampiljke A, kar bi bilo zamudno. V računalništvu večkrat iščemo rešitve, pri katerih postopke pospešimo ali poenostavimo.

Na kmetiji

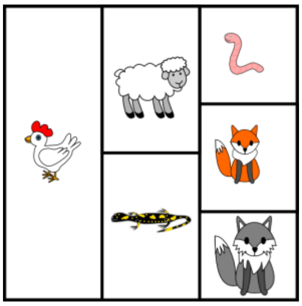
2. – 5. razred

Koko ima doma 6 živali. Za vsako je pripravil svojo ogrado. Na spodnji sliki so označene z A, B, C, D, E in F. Poskrbeti mora, da bodo vse živali varne, zato pazi, da v sosednjih ogradah niso živali, ki bi ogrožale svoje sosede. Katera žival je nevarna kateri, je prikazal na desni sliki.

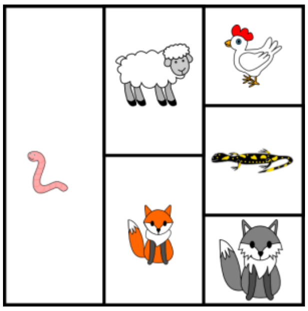


V katerem od spodnjih primerov je **ogrožena** vsaj ena žival?

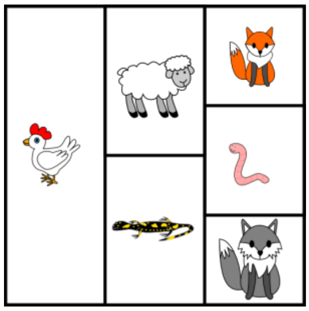
A)



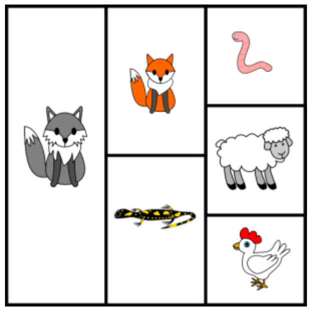
B)



C)



D)



Rešitev

V primeru C močerad ogroža deževnika.

Računalniško ozadje

Iskanje rešitve nekega problema, ki ustreza določenim omejitvam, je pogosta naloga računalniških programov. Tu je bila tvoja naloga le, da preveriš nekaj predlaganih rešitev. V praksi pa morajo računalniki izmed vseh možnih rešitev poiskati takšno, ki je dovoljena, poleg tega pa je najboljša še po kakem drugem kriteriju – recimo po tem, da močerade, če se le da, postavi na vlažno in ovce na travo ...

Vremenska napoved

3. razred

Bobri sporočajo vremensko napoved z vrha gore. Napoved sporočajo z majhnimi in velikimi dimnimi oblaki. Sporočijo lahko:

			
NEVIHTA	DEŽ	OBLAČNO	SONČNO

Ob zadnji napovedi je veter razkadil tri oblake in bobri so videli le:

Obkroži vse napovedi, ki so jih lahko poslali.

NEVIHTA	DEŽ	OBLAČNO	SONČNO

Rešitev

Vremenarji so napovedali ali nevihto ali oblačno vreme. Pri napovedi dežja in sončnega vremena sta drugi in četrti oblak majhna.

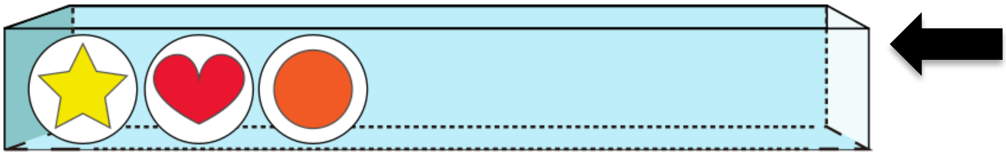
Računalniško ozadje

Pri prenosu podatkov uporabljamo tehnike, ki omogočajo, da zna prejemnik popraviti manjše napake ob prenosu ali manjkajoče podatke, ne da bi bilo potrebno ponovno pošiljanje sporočila ali dela sporočila.

Frnikole

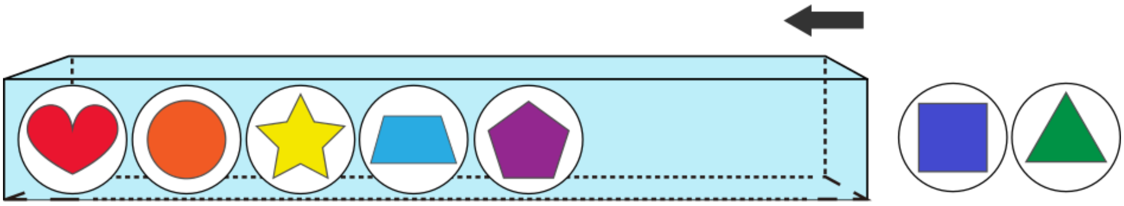
3. – 5. razred

Mali bober ima prozorno škatlo, v katero pospravlja svoje frnikole. Škatla se odpira na desni strani.



V škatlo lahko da samo eno frnikolo naenkrat. Na primer, če želi dati zeleno frnikolo med rdečo in oranžno, mora oranžno najprej vzeti ven, potem dati notri zeleno in potem nazaj oranžno.

Bober se ne želi več igrati, zato bo pospravil vse frnikole. Ko je pospravil prvih pet, sta mu zunaj ostali še dve.



Frnikole želi imeti pospravljene v vrstnem redu: , , , , , ,

Kako mora nadaljevati z zlaganjem, da bo dobil željeni vrstni red v škatli?

A vzemi → vzemi → pospravi → pospravi → pospravi → pospravi

B vzemi → vzemi → pospravi → pospravi → pospravi → pospravi

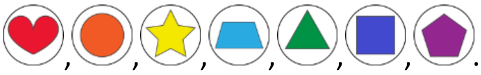
C vzemi → pospravi → pospravi → pospravi

D vzemi → vzemi → pospravi → pospravi → pospravi → pospravi

Rešitev

Pravilno zaporedje zlaganja je zaporedje A.

Pri zlaganju B dobimo zaporedje 

Pri zlaganju C dobimo zaporedje 

Pri zlaganju D pa dobimo zaporedje 

Računalniško ozadje

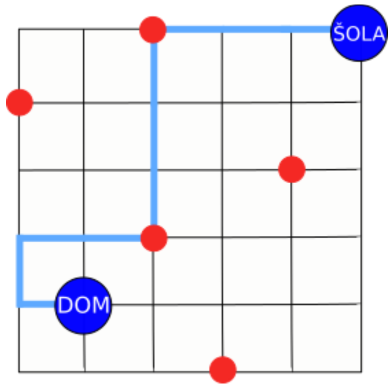
V trgovinah uporabljamo vrsto – kdor se prej postavi v vrsto za kruh, bo tudi prej dobil kruh. V računalništvu pa poleg vrst pogosto uporabljamo tudi sklad, kjer je na začetku tisti, ki je prišel zadnji. Škatla v tej nalogi je podobna skladu.

Pot domov

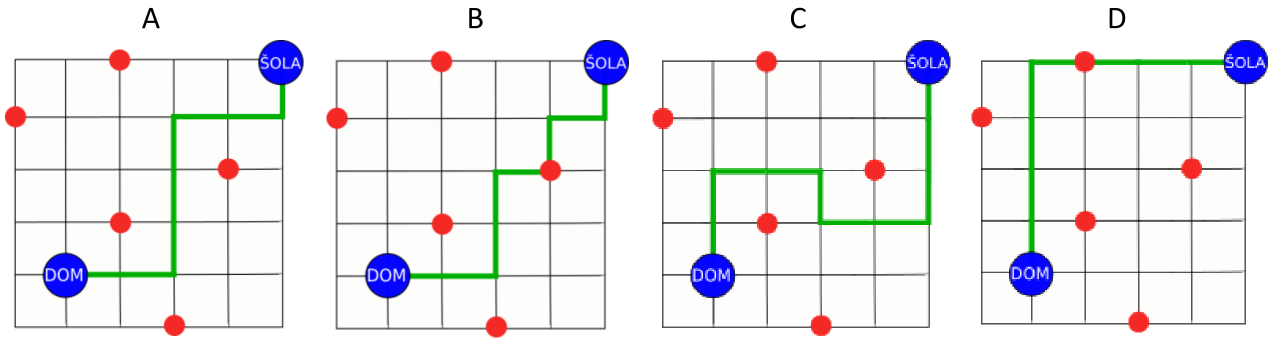
3. – 5. razred

Bojan ima osebnega šoferja, ki ga vsak dan pelje iz šole domov.

Na zemljevidu je njuna včerajšnja pot domov. Za vožnjo od enega do drugega križišča potrebujeta 1 minuto. Rdeča pika na zemljevidu pomeni rdečo luč, ki jima vzame 1 dodatno minuto vožnje domov. Včerajšnja vožnja je tako trajala 12 minut.



Danes se Bojanu zelo mudi domov. Po kateri poti naj ga pelje šofer, da bo kar najhitreje doma?



Rešitev

Pravilen je odgovor A. Za to pot bosta porabila 8 minut, medtem ko bi za pot B ali D porabila 9 minut, za pot C pa 10 minut.

Računalniško ozadje

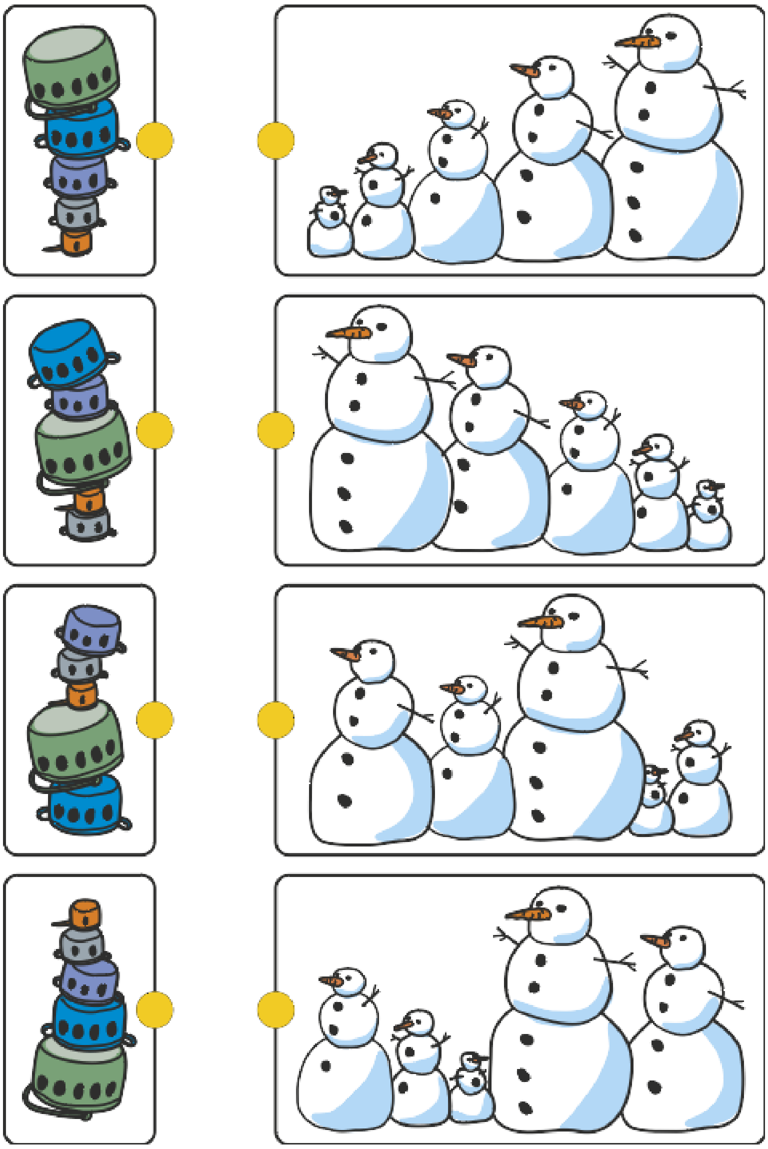
Iskanje najkrajše poti je pogosta naloga. Najkrajših poti ne iščejo le navigacijske naprave: tudi številne druge naloge, ki s potovanji na prvi pogled nimajo nobene povezave, je mogoče preobrniti tako, da jih rešimo z iskanjem najkrajše poti na nekakšnem zemljevidu.

Snežaki in klobuki

3. – 5. razred

V vrsti stoji pet snežakov, ki potrebujejo še klobuke. V vrsto so postavljeni od leve proti desni. Klobuki morajo biti, še preden pridejo snežaki do njih, zloženi na kup in urejeni po velikosti tako, da bo vsak snežak svoj klobuk vzel z vrha kupa.

Kateri kup klobukov pripada kateri vrsti snežakov? Poveži.



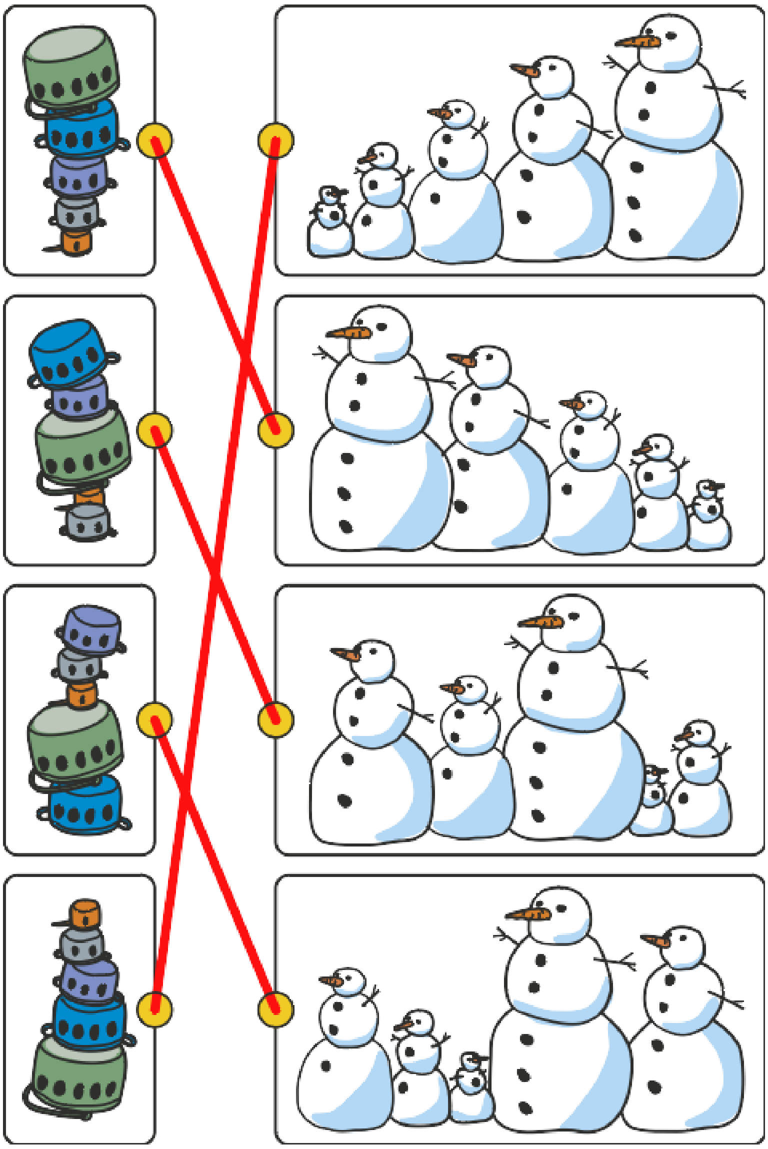
Rešitev

Prva vrsta snežakov je urejena od najmanjšega do največjega, zato mora biti na vrhu kupa najmanjši klobuk, potem pa se klobuki večajo vse do največjega na dnu kupa.

Druga vrsta snežakov je urejena od največjega do najmanjšega, zato morajo biti klobuki zloženi na kup od najmanjšega na dnu kupa do največjega na vrhu.

Tretja vrsta snežakov potrebuje od dna do vrha kupa naslednji vrstni red velikosti: drugi najmanjši klobuk, najmanjši klobuk, največji klobuk, srednje velik klobuk, drugi največji klobuk.

Četrta vrsta snežakov na dnu kupa klobukov potrebuje drugi največji klobuk, nato največjega, najmanjšega, drugega najmanjšega in na vrhu kupa srednje velik klobuk.

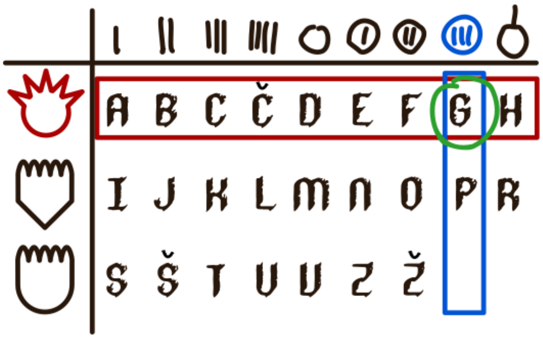


Računalniško ozadje

Klobuki so zloženi tako, da vsak snežak, ko pride na vrsto, vzame s kupa prvi klobuk. Zadnji klobuk, ki je bil položen na kup, je tako namenjen prvemu snežaku, predzadnji drugemu … V računalništvu za shranjevanje podatkov, za katere velja, da bomo zadnje shranjen podatek potrebovali najprej, nato predzadnjega in tako dlje, uporabljamo *sklad*.

Bobrka Berta je globoko v gozdu odkrila starodavno drevo. Ko si ga je ogledala pobližje, je v deblu zagledala skrivnostno tabelo. Berta je prepričana, da je to šifrirna tabela, ki izvira iz časov, ko so tu prebivali starodavni Bobri.

Kmalu je ugotovila, kako se šifrirno tabelo uporablja. Novi znaki so kombinacija simbolov glede na stolpec in vrstico. Na primer: črko G zakodiramo po spodnjem postopku:



Na robu gozda so zapisani ravno taki znaki! Berta pride bližje in vidi:

Kaj piše na robu gozda? BOBERMEST, VASBOBROV, BOBERGRAD ali BOBROVRAJ?

Rešitev

Na robu gozda piše »BOBERGRAD«. Nalogo lahko rešimo tako, da dešifriramo vsak znak posebej, lahko pa si pomagamo s trikom, da preverimo znak, ki se v vseh besedah razlikuje, na primer zadnji znak. Dešifriramo torej zadnji znak in dobimo »D«. Torej je pravilni odgovor »BOBERGRAD«.

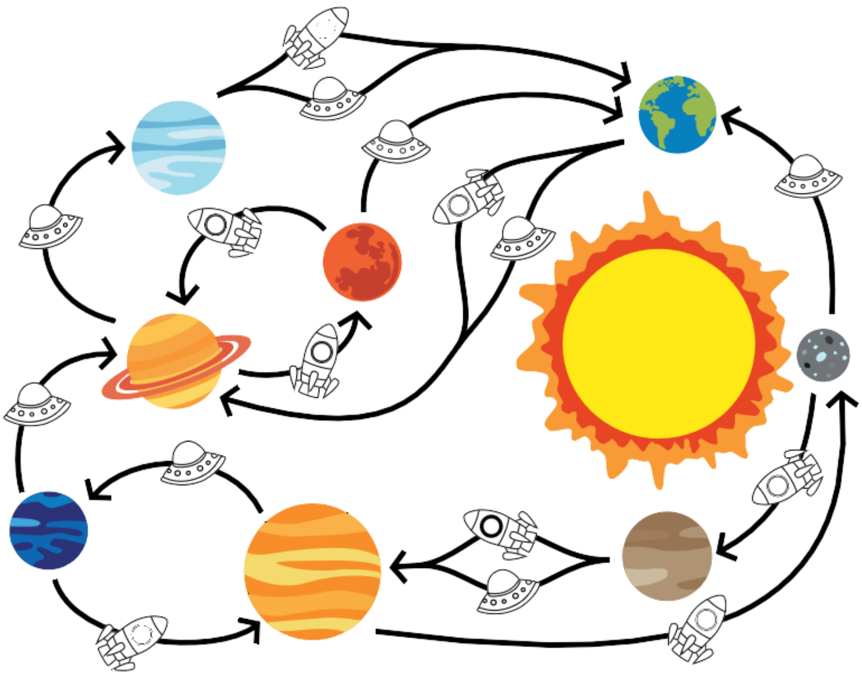
Računalniško ozadje

Kriptografija je pomembna veja računalništva. Danes za šifriranje sporočil seveda uporabljamo veliko bolj zapletene postopke.

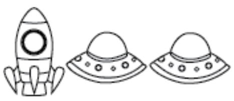
Potep po vesolju

3. – 9. razred

Astronavti lahko med planeti potujejo z raketo  ali z vesoljsko ladjo , kot je prikazano na zemljevidu.

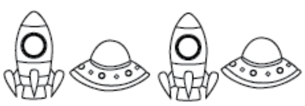


Če želi astronavt z Venere  priti na Saturn , lahko to naredi tako, da najprej poleti na Jupiter  - lahko izbere, ali bo tja letel z raketo ali vesoljsko ladjo, nato z vesoljsko ladjo poleti na Neptun  in na koncu z vesoljsko ladjo poleti na Saturn. Če astronavt izbere, da bo najprej letel z raketo, nato pa dvakrat z vesoljsko ladjo, to krajše zapiše tako:

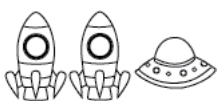


Astronavt Tine je obtičal na planetu Neptun  in se želi vrniti na Zemljo . Z Vesoljske potovalne agencije so mu poslali štiri predloge potovanja. Kateri od predlogov Tineta ne bo pripeljal na Zemljo?

A 

B 

C 

D 

Rešitev

Če bo Tine najprej letel z raketo, nato z vesoljsko ladjo, ponovno z raketo in na koncu z vesoljsko ladjo, bo najprej pristal na Jupitru, potem se bo vrnil na Neptun, poletel na Jupiter in končal na Neptunu, zato ga odgovor B ne pripelje na Zemljo.

Če najprej dvakrat potuje z vesoljsko ladjo in na koncu z raketo, bo najprej pristal na Saturnu, nato na Uranu in končno na Zemlji. Odgovor A Tinete pripelje na Zemljo.

Če najprej potuje z raketo, nato trikrat z vesoljsko ladjo in na koncu še enkrat z raketo, bo najprej odletel na Jupiter, od tam na Neptun, Saturn, Uran in na Zemljo. Odgovor C Tineta pripelje na Zemljo.

Če Tine najprej dvakrat potuje z raketo, na koncu pa z vesoljsko ladjo, potem najprej odleti na Jupiter, od tam na Merkur in na koncu pristane na Zemlji, zato ga tudi odgovor D pripelje na Zemljo.

Računalniško ozadje

Računalniške postopke pogosto zapišemo na podoben način. Rečemu mu *končni avtomat*. Avtomat je v začetku v nekem stanju, potem pa glede na, recimo, to kar vnaša uporabnik, prehaja v druga stanja, tako kot se astronavt tule vozi s planeta na planet.

Vremenska napoved

4. – 5. razred

Bobri vremenarji napoved sporočajo z vrha gore z majhnimi in velikimi dimnimi oblaki s kodami:

			
NEVIHTA	DEŽ	OBLAČNO	SONČNO

Nekega dne bobri vidijo spodnjo napoved:

Nekaj je šlo narobe. Ali so en majhen oblaček zamenjali za velikega, ali pa so enega velikega zamenjali za majhnega.

Kakšna je bila v resnici vremenska napoved?

Rešitev

Ker vemo, da so zamenjali zgolj en oblak, je edina možna rešitev, da je bilo napovedano oblačno vreme.

Računalniško ozadje

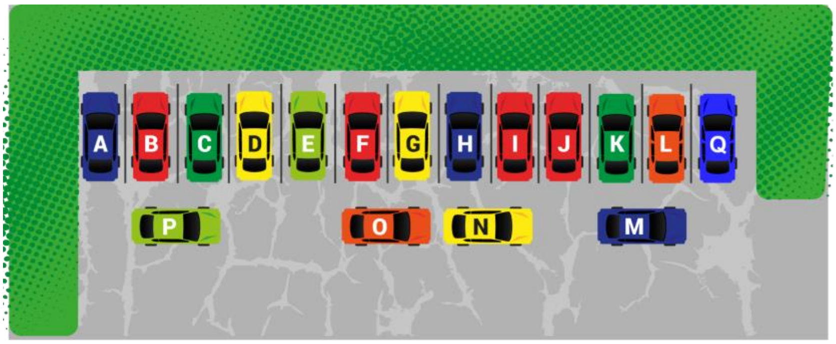
Pri prenosu podatkov uporabljamo tehnike, ki omogočajo, da zna prejemnik popraviti manjše napake ob prenosu ali manjkajoče podatke, ne da bi bilo potrebno ponovno pošiljanje sporočila ali dela sporočila.

Parkirišče

4. – 5. razred

Na parkirišču lahko avti parkirajo na parkirne prostore ali pred parkirane prostore, kot kaže spodnja slika. Avte, ki so parkirani pred parkirnimi prostori, lahko previdno potisnemo naprej ali nazaj, če so zaparkirali avto, ki želi zapustiti svoj parkirni prostor.

Na primer, na sliki avto A ni zaparkiran in lahko zapusti parkirni prostor. Avto M je zaparkiral avto L, zato moramo najprej umakniti avto M, da lahko avto L zapusti svoj parkirni prostor.



En od avtov je zaparkiran tako, da moramo najprej premakniti dva druga avtomobila, da ta lahko odpelje s svojega parkirnega prostora. Kateri?

Rešitev

Avto N je zaparkiral avto I. Vendar avta N ne moremo preprosto premakniti tako, da bi lahko avto I odpeljal. Za to moramo najprej premakniti še bodisi avto O ali avto M.

Vsi ostali avtomobili lahko odpeljejo že, če premaknemo le avtomobil, ki jih je zaparkiral.

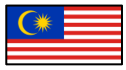
Računalniško ozadje

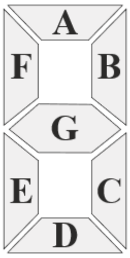
V nalogi iščemo pot od trenutnega stanja do nekega želenega stanja. Vzemimo to sliko. Razmislimo o vseh možnih potezah, ki jih lahko naredimo; narišimo ustrezne slike in jih s puščicami povežimo s to sliko. Nato za vsako od dobljenih slik naredimo isto: premislimo vse možne poteze, narišemo slike, do katerih bi poteze pripeljale in jih povežemo s puščicami. In tako naprej. Ko bi naleteli na želeno stanje (avtomobili bi lahko odpeljali), preverimo zaporedje puščic, ki nas pripelje do tja.

Zapleteno? Si sam nalogo reševal(a) preprosteje? Seveda, saj hitro vidiš, kaj je potrebno premakniti, da sprostiš avtomobile. Računalnik pa tega ne vidi, zato se mora naloge ločiti počasneje in sistematično.

Digitalna števila

4. – 7. razred

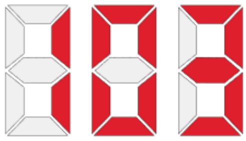




Katarina se je na računalniški delavnici naučila upravljati LED-diode. Sedaj bi rada za predstavitev števk uporabila 7-segmentni zaslon. Ta je sestavljen iz 7 črtic oziroma LED-diod, ki jih označimo s črkami, kot kaže slika na levi.

Če želi prižgati določeno LED-diodo (črtico), mora to ustrezno označiti v tabeli. Spodaj vidimo primer za številko 103.

	A	B	C	D	E	F	G
↓		■	■				
	■	■	■	■	■	■	
	■	■	■	■			■

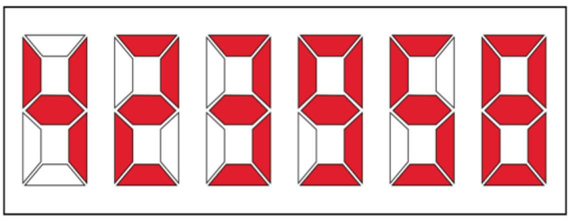


Katero šestmestno število se bo izpisalo, če Katarina uporabi spodnjo tabelo?

	A	B	C	D	E	F	G
↓		■	■			■	■
	■	■		■	■		■
	■	■	■	■			■
	■	■	■	■		■	■
	■		■	■		■	■
	■	■	■	■	■	■	■

Rešitev

Rešitev je 423958.



Računalniško ozadje

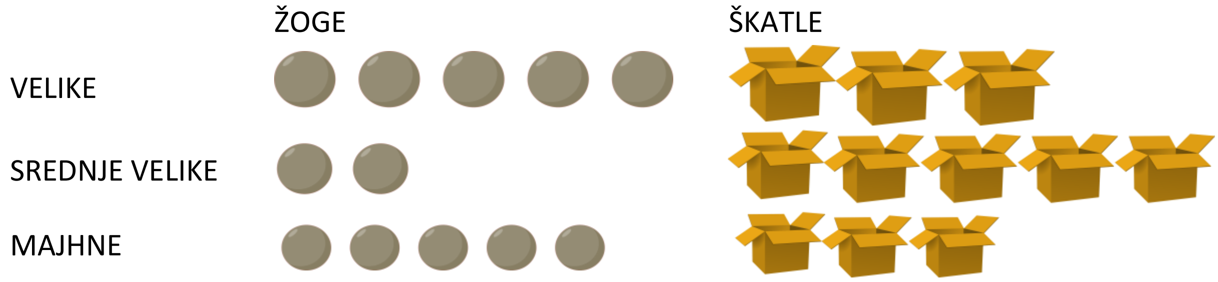
Na podoben način v resnici zapisujemo števila, izpisana na tovrstnih zaslonih.

Pospravljanje žog

4. – 7. razred

Imamo 5 velikih, 2 srednje veliki in 5 majhnih žog. Poleg tega imamo na voljo 3 velike, 5 srednje velikih in 3 majhne škatle, kamor žoge lahko pospravimo.

Vsako žogo lahko pospravimo v enako veliko ali večjo škatlo. V vsako škatlo gre samo ena žoga, ne glede na velikost.



Koliko žog lahko pospravimo v škatle?

Rešitev

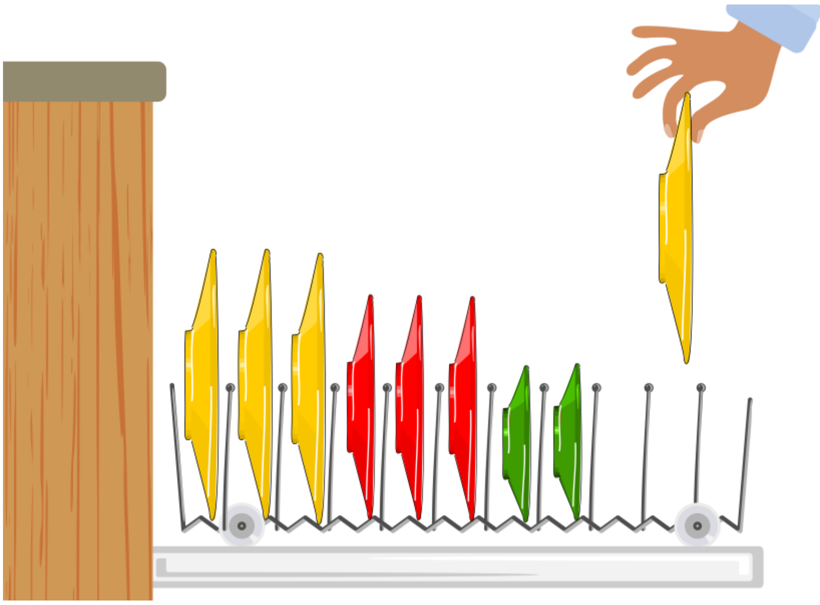
V škatle lahko pospravimo 10 žog. Ker imamo 5 velikih žog in samo 3 velike škatle, dveh velikih žog zagotovo ne bomo pospravili. Obe srednje veliki žogi lahko pospravimo v srednje veliki škatli. Ostanejo nam 3 srednje velike škatle in 3 majhne škatle, zato lahko pospravimo vseh 5 majhnih žog. Skupaj torej lahko pospravimo 10 žog.

Računalniško ozadje

Naloga predstavlja primer *optimizacijskega problema*, kjer moramo v okviru določenih omejitev poiskati najboljšo možno rešitev.

Krožniki

4. – 7. razred, srednja šola



Uroš zlaga krožnike v pomivalni stroj tako, da so levo veliki krožniki, na sredini običajni krožniki in na desni majhni krožniki. Med krožniki ni več prostih mest. Po večerji mora Uroš v pomivalni stroj pospraviti en velik krožnik. Ohraniti želi red, pri tem pa se želi dotakniti čim manjšega števila krožnikov.

Koliko krožnikov, ki so že v pomivalnem stroju, mora premakniti, da bo lahko velik krožnik postavil na pravo mesto?

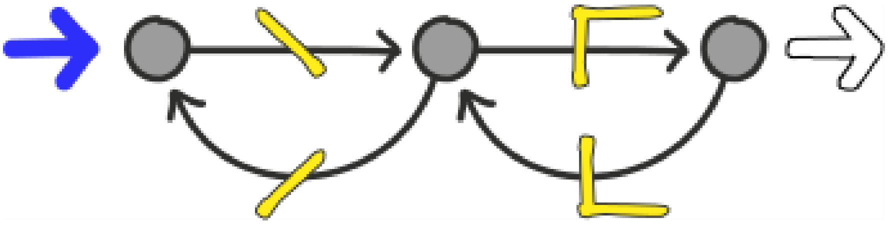
Rešitev

Dva. Najprej mora premakniti skrajno levi zelen krožnik na prvo desno prazno mesto, nato mora na izpraznjeno mesto premakniti skrajno levi rdeč krožnik. Na to izpraznjeno mesto nato postavi rumen krožnik.

Računalniško ozadje

Na prvi pogled je potrebno premakniti pet krožnikov, a z nekaj zvitosti sta zadoščala dva. Podobne trike včasih uporabljamo, ko premikamo podatke po računalnikovem pomnilniku.

Šivalni stroj lahko naredi štiri različne šive. Pravila, kako si lahko sledijo različni šivi, prikazuje spodnji diagram (rumene črtice so šivi).



Stroj s šivanjem začne v točki, na katero kaže modra puščica na levi. Premika se iz kroga v krog po puščicah in naredi tak šiv, kot je prikazan na puščici. Če sta iz kroga na voljo dve puščici, lahko stroj izbere katero koli. Stroj konča s šivanjem linije tako, da sledi beli puščici na desni.

Katere linije šivov ni naredil stroj, ki sledi zgornjim navodilom?

A) 

B) 

C) 

D) 

Rešitev

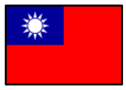
Stroj ni naredil linije C, saj šivu  ne more slediti šiv , ampak le .

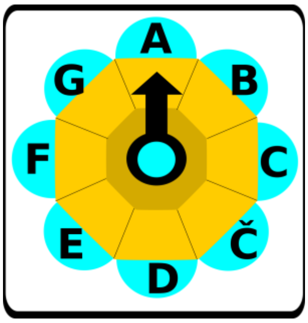
Računalniško ozadje

Podobno kot v nalogi Potep po vesolju, tudi tu za *končni avtomat*. Avtomat je v začetku v nekem stanju, potem pa v okviru določenih omejitev prehaja v druga stanja. Naloga je zahtevala, da opazimo, da določen prehod ni možen.

Sef

4. – 9. razred





Kuharski mojster Karlo ima sef, kamor skriva svoje vrhunske kuharske recepte. Ta sef se odklepa z okroglo ključavnico, ki ima na sredini kazalec. V vsakem trenutku ta kazalec kaže na eno črko.

Da odklene sef, mora Karlo črkovati skrivno kodo z uporabo kazalca, ki ga izmenično vrtimo v smeri urinega kazalca in obratno. V navodilih za odklepanje uporabljamo znake, v katerih najprej povemo, za koliko polj obrnemo ključavnico, nato pa še v katero smer. Tako na primer 1↻ pomeni, da ključavnico obrnemo za eno polje v smeri urinega kazalca, 2↺ pa pomeni, da ključavnico zavrtimo za dve polji v nasprotni smeri urinega kazalca.

Skrivna koda za odklepanje sefa je CGDEAČ. Po katerem od spodnjih navodil bo sef odklenjen?

A) 2↻ 3↺ 4↺ 3↺ 3↻ 3↻

B) 2↻ 5↻ 5↻ 1↻ 3↻ 3↻

C) 2↻ 3↺ 5↻ 7↺ 3↻ 5↺

D) 2↻ 1↺ 4↻ 3↺ 3↻ 4↺

Rešitev

Pravilen odgovor je zaporedje C.

Zaporedji A in B ne upoštevata navodila, da mora biti vrtenje izmenjujoče. Zaporedje D ni pravilno, saj predvideva, da se po vsakem obračanju kazalec postavi nazaj na črko A.

Računalniško ozadje

Računalniško ozadje je tule menda očitno: določanje ali sledenje navodilom ni nič drugega kot programiranje ali izvajanje programov.

Starobobrsko šifriranje

6. – 9. razred

Bobrka Berta je globoko v gozdu odkrila starodavno drevo. Ko si ga je ogledala pobližje, je v deblu zagledala skrivnostno tabelo. Prepričana je, da je to šifrirna tabela, ki izvira iz časov, ko so tu prebivali starodavni Bobri.

Spomnila se je, da je na robu gozda videla nekaj podobnega. Stekla je tja in na enem od dreves videla spodnji zapis:

Kaj piše na drevesu? BOBERMEST, VASBOBROV, BOBERGRAD ali BOBROVRAJ?

Rešitev

Na robu gozda piše »BOBERGRAD«. Najprej moramo premisliti, kako šifrirno tabelo uporabimo. Ko ugotovimo, da je znak sestavljen iz ustreznih znakov po stolpcu in vrstici, lahko rešimo nalogo tako, da dešifriramo vsak znak posebej, lahko pa si pomagamo s trikom, da dešifriramo samo znak, ki je v vseh možnih odgovorih različen, npr. zadnji znak. Ta je »D«, tako da lahko takoj ugotovimo, da je pravilen odgovor »BOBERGRAD«.

Računalniško ozadje

Kriptografija je pomembna veja računalništva. Danes za šifriranje sporočil seveda uporabljamo veliko bolj zapletene postopke.

Kateri jezik?

6. – 9. razred

Raziskovalci so na steni jame našli zapisane starodavne besede:

paqrooob *puue* *t'seqrub* *meoub* *lai'laiqy*

Za ugotavljanje, v katerem jeziku so zapisane besede, uporabljajo raziskovalci naslednji sistem:

- Vsaki besedi dodelijo na začetku 10 točk.
- Nato pa točke prilagodijo glede na pravila v tabeli.

se začne s črko p	- 2
se konča s črko b	- 2
ima več kot 6 znakov	+ 3
črki q takoj sledi črka r ali y	- 4
ima tri zaporedne samoglasnike (a, e, i, o, u)	+ 5
vsebuje opuščaj (')	+ 1

Če je končni rezultat 10 točk ali več, je to beseda jezika Bobrovcev, sicer pa beseda Vidrovcev. Tako bi sistem besedi *palliob* dodelil 10 - 2 - 2 + 3 = 9 točk in jo označil kot besedo Vidrovcev.

Katere besede, najdene v jami, bo ta sistem označil kot besede iz jezika Vidrovcev?

Rešitev

Točke, ki jih dodeli sistem posamezni besedi, smo zapisali v tabeli:

beseda	točke	jezik
paqrooob	10 - 2 - 2 + 3 - 4 + 5 = 10	Bobrovcev
puue	10 - 2 + 5 = 13	Bobrovcev
t'seqrub	10 - 2 + 3 - 4 + 1 = 8	Vidrovcev
meoub	10 - 2 + 5 = 13	Bobrovcev
lai'laiqy	10 + 3 - 4 + 1 = 10	Bobrovcev

Vidimo, da je le ena beseda (*t'seqrub*) prepoznana kot jezik Vidrovcev.

Računalniško ozadje

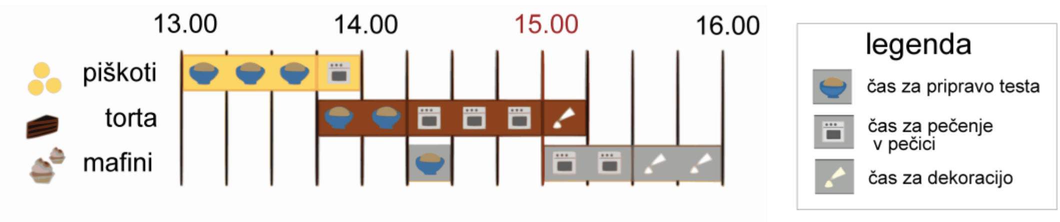
Takšnemu problemu rečemo klasifikacijski problem in sodi na področje umetne inteligence. Če se odločanja lotimo tako, da za vsako lastnost dobimo določeno število točk, ki jih seštevamo, smo sestavili *linearni klasifikacijski model*. Zveni zelo učeno, vendar ni zelo drugačno od tega, kar si počel v tej nalogi. Na podoben način računalniki prepoznavajo neželeno pošto, pa tudi prepoznavanje fotografij in prstnih odtisov ni zelo drugačno od tega.

Sladice

6. – 9. razred

Pia in Tomaž sta povabljena na kosilo, ki se začne ob 15.00. Rada bi prinesla sveže pečene sladice: piškote, torto in mafine. Ob 13.00 se lotita priprave in v kuharski knjigi najdeta naslednje čase priprave:

Delo razdelita na tri korake: Pia pripravlja testo, ga da v pečico in ko je sladica pečena, jo Tomaž še dekorira. V pečici je prostora le za eno vrsto peciva naenkrat. Pia in Tomaž lahko naenkrat pripravljata le eno vrsto sladice. S pripravo sta začela ob 13.00 in bi želela zaključiti do 15.00, da bosta še pravočasno prišla na kosilo. Tako sta naredila naslednji urnik:



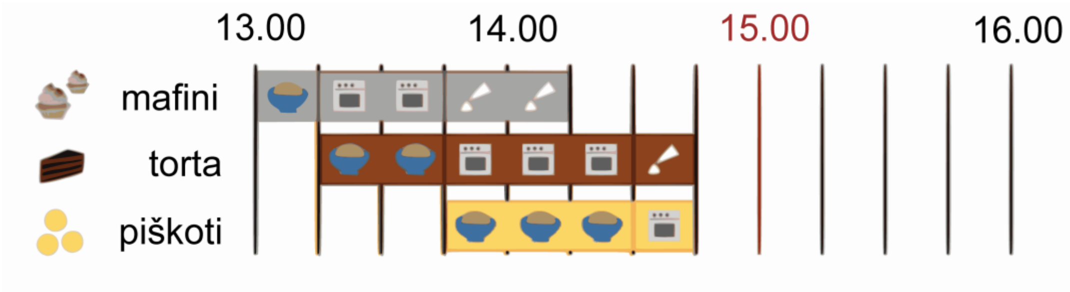
Oba sta bila neprijetno presenečena nad zahtevanim časom priprave, saj bi želela zaključiti do 15. ure. Tako sta dobila idejo, da bi vrstni red priprave sladic nekoliko spremenila in poiskala optimalen urnik.

Katera je najbolj zgodnja ura, do katere bodo vse tri sladice lahko pripravljene?

Rešitev

Pravilen odgovor je: do 14.45.

Če najprej pripravita mafine, nato torto in na koncu še piškote, lahko zaključita do 14.45:



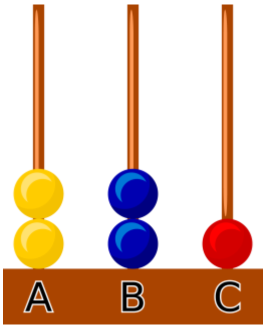
Z zgornjim urnikom torej Pia in Tomaž zaključita s peko še pred začetkom kosila. Z nekaj razmisleka lahko ugotovimo, da je to tudi najbolj optimalen urnik. Za pripravo vsega testa potrebujemo skupaj uro in pol (do 14.30), ne glede na vrstni red priprave. Če kot zadnje naredimo torto ali mafine, potrebujemo še najmanj eno uro za peko in dekoracijo (torej do 15.30). Le piškoti so lahko pripravljeni v naslednjih četrt ure (skupaj torej do 14.45).

Računalniško ozadje

Problem, ki ga rešujemo v teh nalogi, imenujemo *problem razvrščanja opravil* in spada med klasične računalniške probleme.

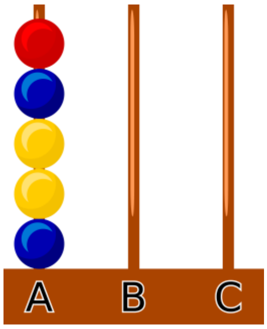
Kroglice

6. – 9. razred



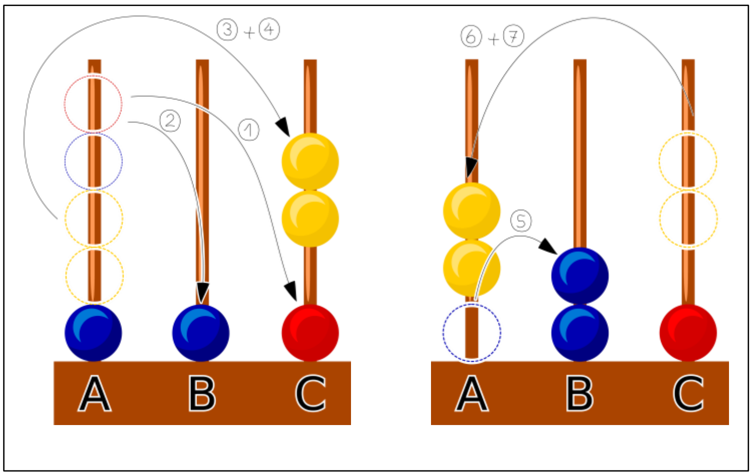
Na treh palčkah A, B in C imamo razporejene kroglice v treh barvah, kot kaže leva slika. Posamezno kroglico lahko prestavimo z ene palčke na drugo; tak premik obravnavamo kot en korak.

Najmanj koliko korakov potrebujemo, da kroglice preuredimo, kot so na spodnji sliki?



Rešitev

Končna ureditev kroglic ima modro kroglico na dnu, torej moramo najprej prestaviti obe rumeni kroglici iz A na C (če ju prestavimo na B, ne moremo prestaviti modrih kroglic). Za to potrebujemo dva koraka. Nato lahko kroglice premaknemo na A v ustreznem vrstnem redu: modro, rumeno, rumeno, modro in rdečo. Za to potrebujemo pet korakov. Skupaj imamo torej 7 korakov.



Rešitev lahko poiščemo tudi na drug način: korake naredimo v obratnem vrstnem redu. Ker je rdeča kroglica na vrhu, jo v prvem koraku prenesemo na C, kar je tudi njena začetna pozicija. Za to potrebujemo en korak (1). Nato lahko zgornjo modro kroglico prestavimo na B, kar je tudi njena začetna pozicija. Tudi za to potrebujemo en korak (2). Rumeni kroglici sta v začetni poziciji na A, vendar moramo odstraniti modro kroglico, zato obe rumeni kroglici začasno prestavimo na C (če bi ju prestavili na B, ne bi mogli tja prestaviti modre kroglice). Za to potrebujemo dva koraka (3+4). Na koncu pa prestavimo še modro kroglico z A na B (5) ter obe rumeni kroglici vrnemo na A (6+7). To so še dodatni trije koraki. Skupaj imamo tako 7 korakov.

Računalniško ozadje

Gre za nalogo iskanja poti – le da tokrat ne gre za pot iz enega v drugi kraj, kjer se je potrebno na vsakem razpotju odločiti, kam bomo šli, temveč za pot od enega do drugega razporeda kroglic, kjer se moramo na vsakem koraku odločiti, katere kroglice prestaviti. Za programerja je to zelo podoben problem.

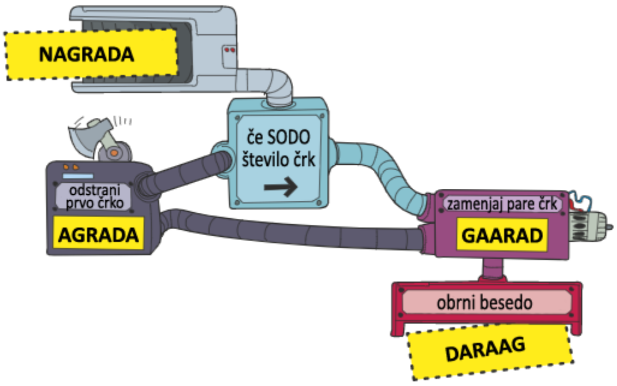
Kodiranje besed

6. – 9. razred

Bobri so sestavili stroj, ki kodira besede na naslednji način. Če ima beseda, ki jo podamo stroju, sodo število črk, jo pošlje naprej nespremenjeno, sicer pa odstrani prvo črko besede. Nato zamenja vse pare črk (zamenja prvo in drugo črko, nato tretjo in četrto črko in tako naprej). Na koncu pa stroj besedo še obrne.

Stroj tako besedo NAGRADA zakodira v DARAAG.

Če stroju podamo besedo BOBRČEK, kaj dobimo?



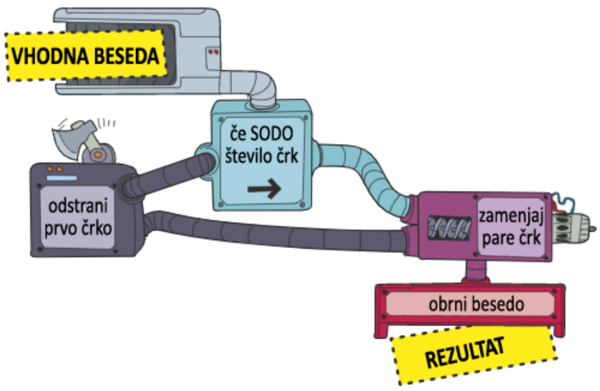
Rešitev

Pravilen odgovor je EKRČOB.

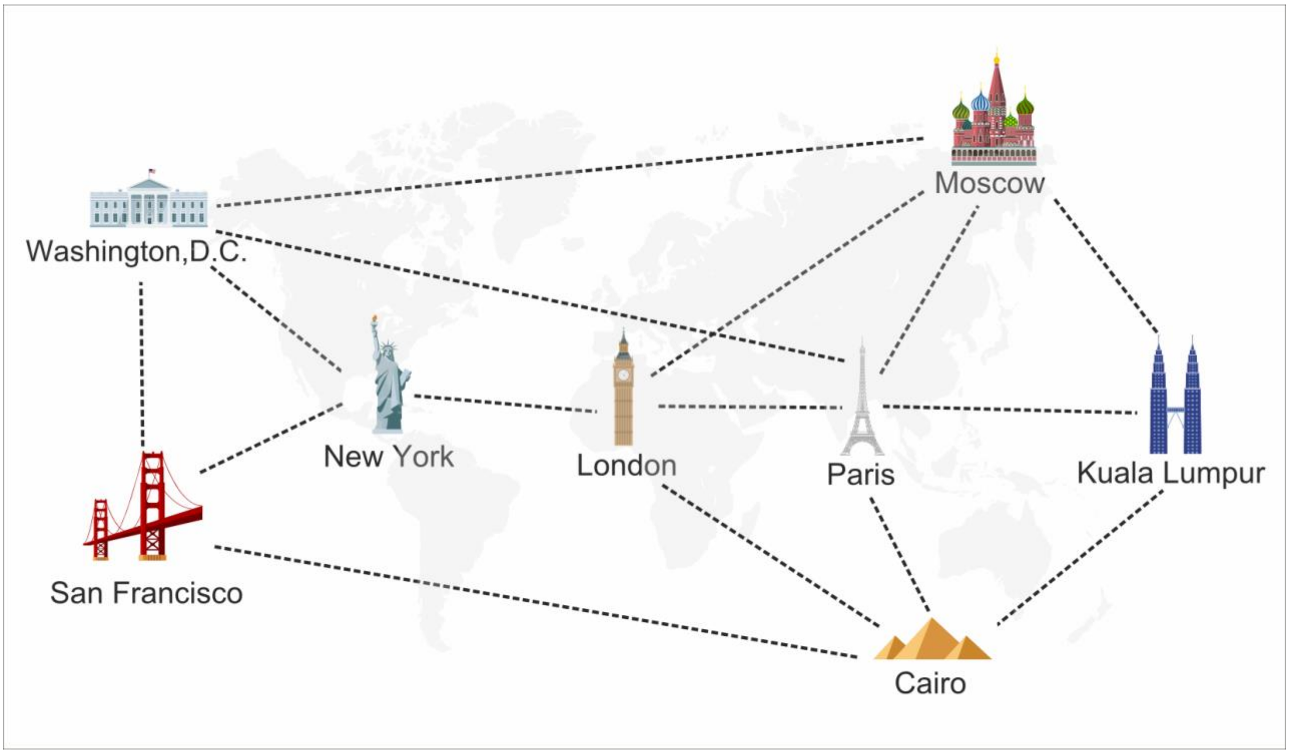
Beseda BOBRČEK ima liho število črk, zato ji najprej odstranimo prvo črko in dobimo OBRČEK. V naslednjem koraku paroma zamenjamo vse črke in dobimo BOČRKE. V zadnjem koraku pa besedo še obrnemo in dobimo EKRČOB.

Računalniško ozadje

Slika v tej nalogi je enostaven diagram poteka, ki prikazuje, kako se beseda spreminja po korakih. Z diagrami poteka opišemo algoritme. Vključujejo lahko odločitve (kot je del stroja »če sodo«) ali pa izvajajo akcije (kot je del stroja »odstrani« ali »zamenjaj«). Omogočajo tudi ponovitve (zanke), kar prikažemo kot prehod nazaj na predhodni del stroja.



Bebras International Airline s številnimi letalskimi linijami povezuje 8 velikih mest, kot kaže slika.



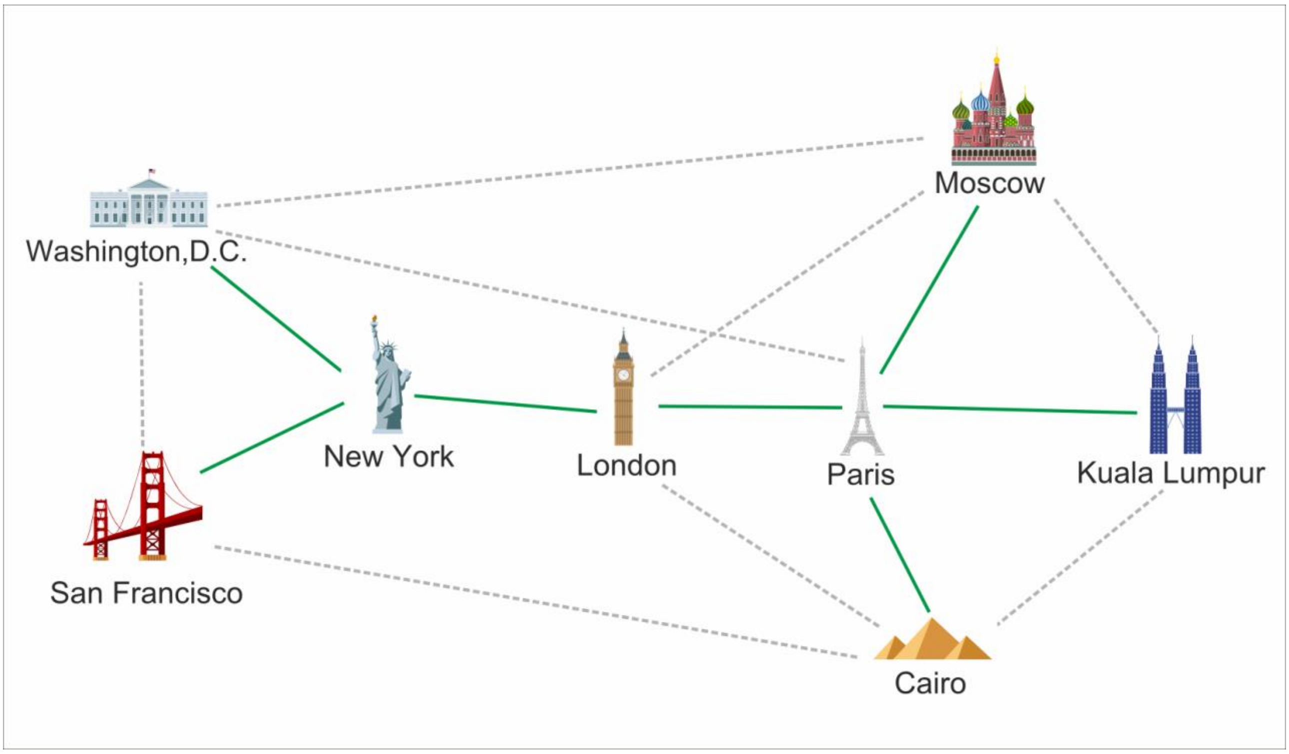
Ker so izpusti CO_2 eden od razlogov za globalno segrevanje, so se odločili, da jih bodo zmanjšali. Odločili so se, da opustijo nekaj letalskih linij, ne da bi pri tem svojim potnikom onemogočili potovanje v katerokoli od teh osmih mest.

Na primer, če bi ukinili direkten let iz San Francisca v Washington D.C., bi potniki lahko iz San Francisca preko New Yorka še vedno prišli v Washington D.C.

Največ koliko letalskih linij lahko ukinejo, da bodo lahko potniki še vedno potovali med temi osmimi mesti?

Rešitev

Ukinejo lahko osem linij. Ena od možnih rešitev je predstavljena na spodnji sliki:



Če opustijo 8 letalskih linij (na sliki označenih s sivo barvo), ostane še 7 letalskih linij (na sliki so označene z zeleno barvo). Če bi izpustili še kakšno linijo, potniki ne bi mogli več leteti med vsem mesti.

Računalniško ozadje

Takemu »zemljevidu«, ki v resnici ni zemljevid, temveč je sestavljen iz točk (letališč) in povezav med njimi, rečemo graf. Na podoben način lahko skiciramo še veliko drugih problemov. Matematiki so si izmislili veliko različnih nalog, povezanih z grafi. Ena od njih je tudi, kako odstraniti čim več povezav tako, da bo graf še vedno povezan. Še več, običajno različnim povezavam pripišejo tudi različno ceno in odstraniti želijo čim dražje povezave. Temu problemu rečejo iskanje minimalnega vpetega drevesa. Za njegovo reševanje obstaja več učinkovitih rešitev.

Prav ta problem – iskanje minimalnega vpetega drevesa – smo reševali tule. Le da zanj nismo uporabljali posebnega postopka, temveč smo ga reševali po zdravi pameti. In tudi z njo prišli do pravilne rešitve.

Razvajeni bobri

6. – 9. razred, srednja šola

Bobri so zelo razvajeni in pogosto tudi izbirčni pri hrani. Tudi Anini prijatelji niso izjema in vsak se zmrduje nad kakšno vrsto dreves. Ana pripravlja zabavo, na kateri želi pogostiti svoje prijatelje, zato želi pripraviti take prigrizke, da jih bodo vsi lahko jedli. Vsak prigrizek bo naredila le iz ene vrste lesa, ne želi pa pripraviti prigrizkov iz vseh šestih vrst lesa.

Ana je na seznam povabljencev pripisala tudi vrsto lesa, nad katero se povabljeni ne zmrduje in jo z veseljem poje.

Ime povabljenca	**Vrsta lesa, ki jo je**
Ana	vrba, hrast, jesen, javor
Borut	vrba, hrast, topol
Ciril	hrast
Darja	jesen, breza
Edin	vrba, javor, breza
Fani	hrast, jesen
Gregor	topol, javor

Najmanj koliko različnih prigrizkov mora pripraviti, da bodo vsi prijatelji lahko na zabavi nekaj pojedli?

Rešitev

Pravilen odgovor je 3.

Ana bo morala narediti prigrizke iz hrasta za Cirila. S temi prigrizki bodo zadovoljni tudi Ana, Borut in Fani. Preostali trije bobri pa nimajo ene skupne vrste lesa. Zato bo morala Ana pripraviti vsaj še dve vrsti prigrizkov: jesen in javor, topol in breza ali pa javor in breza.

Računalniško ozadje

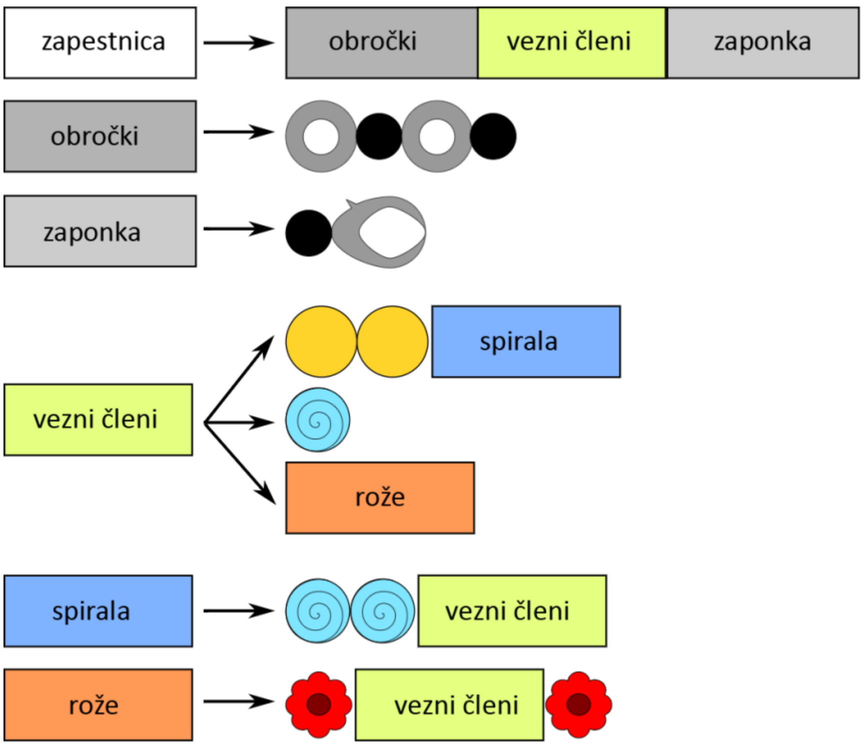
Če bi narisali na eno stran bobre, na drugo stran različne vrste hrane in potem povezali vsakega bobra s hrano, ki jo mara, bi dobili nekaj, čemur učeno pravimo dvodelni graf. Podobno kot smo v nalogi Okolju prijaznejši poleti reševali problem iskanja minimalnega vpetega drevesa v grafu, tu rešujemo problem, ki sodi v splošnejšo množico problemov *iskanja pokritij*.

Zapestnice

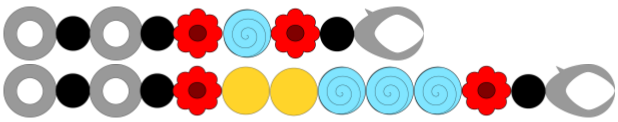
6. – 9. razred, srednja šola

Saša izdeluje zapestnice za svoje prijatelje. Vedno začne z $\boxed{\text{ZAPESTNICA}}$ in v nadaljevanju uporabi pravila, ki jih kaže desna slika.

Pravila povejo, da se simbol na levi nadomesti z enim zaporedjem simbolov na desni, na katerega kaže puščica.



Na ta način je Saša že izdelala spodnji dve zapestnici.

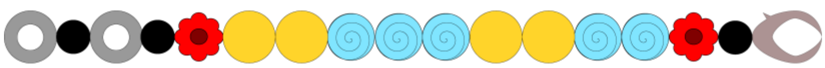


Saša je štirim prijateljem izdelala zapestnice z uporabo opisanih pravil. Enemu od prijateljev se je zapestnica strgala in pri popravilu je naredil napako.

Katera od spodnjih zapestnic je z napako?

A. 

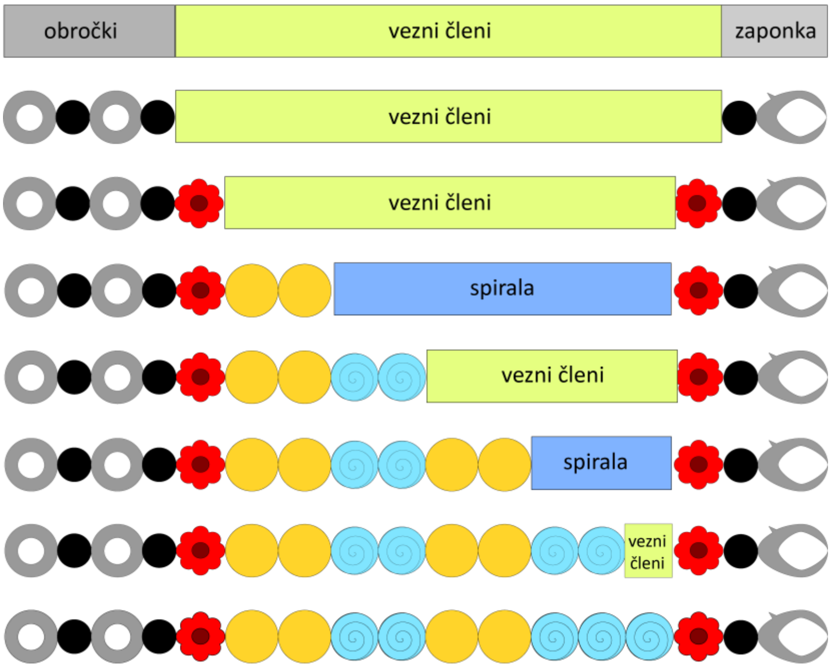
B. 

C. 

D. 

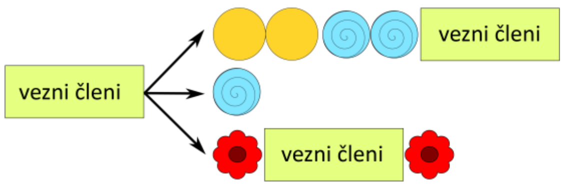
Rešitev

Pravilni odgovor je C. Lažje kot dokazati, da ima zapestnica C napako, je pokazati, da ostale tri zapestnice lahko izdelamo z uporabo podanih pravil. Za D lahko to pokažemo s spodnjo sliko:



Podobnih slik ni težko izdelati tudi za zapestnici A in B.

Pokažimo še, da zapestnice C nikoli ne moremo izdelati po predpisanih pravilih. Poglejmo pravila vezni členi, spirala in rože. Te lahko združimo v novo pravilo, ki ne spremeni zapestnic, ki jih izdelujemo na ta način:



Z drugimi besedami, če ignoriramo rože v parih, je vsaka zapestnica sestavljena iz ponavljajočega vzorca  (lahko se pojavi tudi le enkrat ali pa nikoli), temu pa lahko sledi en sam .

Pri zapestnicah A, B in D jasno vidimo ta vzorec, pri zapestnici C pa ne: v sredini zapestnice so tri svetlo modre spirale, kar pa ni dovoljeno.

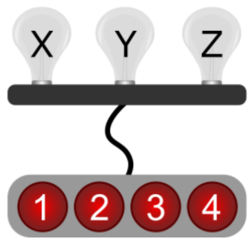
Računalniško ozadje

V nalogah Šivanje in Potep po vesolju smo omenili končne avtomate. Tudi tu gre za podobno, le nekoliko bolj zapleteno reč. V nalogi smo srečali *skladovne avtomate* in *produkcijska pravila*. Kaj je to, vedo le tisti, ki so študirali računalništvo ... ali pa lingvistiko, saj se je s tem veliko ukvarjal tudi slavni jezikoslovec Noam Chomsky. Skladovni avtomati so torej pomembni tako za sestavljanje in izvajanje računalniških jezikov, kot za razmišljane o naravnih, človeških jezikih.

Prižgi vse žarnice

6. – 9. razred, srednja šola

Imamo tri žarnice (označene z X, Y in Z), ki so povezane s štirimi gumbi.



- Gumb 1 prižge žarnico Y in ugasne žarnico X.
- Gumb 2 prižge žarnici X in Y ter ugasne žarnico Z.
- Gumb 3 prižge žarnico Z in ugasne žarnico Y.
- Gumb 4 prižge žarnico X.

Če prižgemo žarnico, ki že gori, ta še naprej gori. Podobno velja za ugašanje že ugasnjene žarnice – ta še naprej ostane ugasnjena.

Vse žarnice so ugasnjene in jih želimo vse prižgati. Zato moramo pritisniti gumbe v določenem zaporedju. Želimo pritisniti čim manj gumbov. Katero od spodnjih zaporedij gumbov je najboljše?

A. $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4$
B. $3 \rightarrow 1 \rightarrow 4$
C. $4 \rightarrow 1 \rightarrow 3$
D. $2 \rightarrow 3$

Rešitev

Pravilen odgovor je B: $3 \rightarrow 1 \rightarrow 4$.

Ko pritisnemo gumb 3, je žarnica X ugasnjena, Y ugasnjena in Z prižgana. Ko pritisnemo gumb 1, je žarnica X ugasnjena, Y prižgana in Z prižgana. Ko pritisnemo gumb 4, je žarnica X prižgana, Y prižgana in Z prižgana.

Ker gumbi 1, 2 in 3 ugasnejo vsaj eno žarnico, to ne morejo biti zadnji pritisnjeni gumbi. Torej moramo nazadnje pritisniti gumb 4. Ker nimamo nobenega gumba, ki bi hkrati prižgal obe žarnici Y in Z (torej tisti dve, ki ju gumb 4 ne prižge), moramo pritisniti še najmanj dva gumba, da prižgemo ti dve žarnici. Torej moramo pritisniti najmanj tri gumbe, da prižgemo vse tri žarnice.

Zaporedje pod odgovorom A tudi prižge vse tri žarnice, a vključuje štiri gumbe, torej ni najkrajše zaporedje. Zaporedji pri odgovorih C in D pa sta napačni, saj se zaključita z gumbom 3, ki ugasne žarnico Y.

Računalniško ozadje

Logično sklepanje, iskanje pravilnega zaporedja ... so čisto računalniške zadeve.

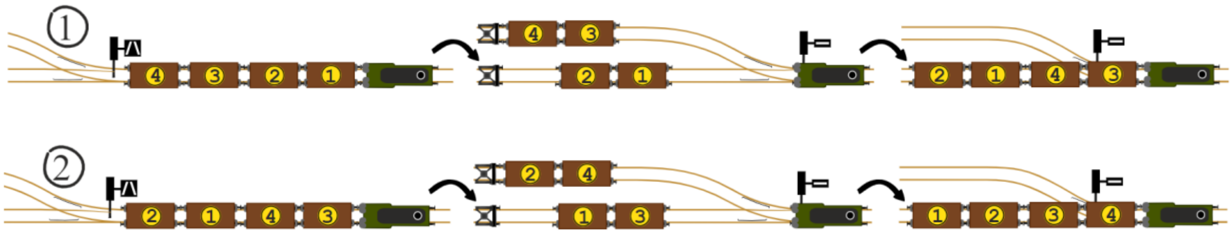
Sortirni tiri

8. – 9. razred, srednja šola

Vlak mora odložiti vagone na različnih mestih ob glavni železnici. Ker vedno odloži zadnji vagon, moramo pred odhodom vagone urediti tako, da ima skrajno levi vagon številko ena .

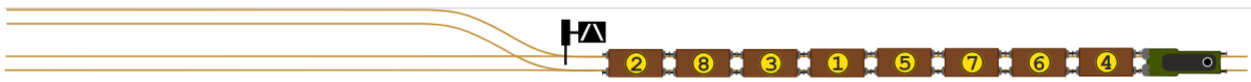
Za urejanje uporabimo sortirne tire, kjer lahko vse vagone porinemo z desne proti levi, nato pa jih usmerimo na enega od dveh stranskih tirov. Lokomotiva lahko pobere te vagone v katerem koli vrstnem redu. Cel ta postopek bomo obravnavali kot en korak.

Če imamo na primer štiri vagone, ki jih želimo urediti, zadostuje, da jih po sortirnih tirih porinemo dvakrat (korak ① in korak ②):



Ni pa jih mogoče urediti v enem samem koraku.

Trenutno so vagoni v vrstnem redu 2 – 8 – 3 – 1 – 5 – 7 – 6 – 4, želimo pa jih urediti v vrstni red od 1 do 8 (1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8). Najmanj koliko korakov potrebujemo?



Rešitev

Rešitev te naloge ima zanimivo in poučno zgodovino.

V prvotni verziji te knjižice smo zatrdili: »*Pravilen odgovor je 3 korake. Vagone lahko sortiramo na več načinov, eden najboljših pa je, da najprej ...*« in tako naprej. V naslednjem odstavku smo zatrdili še: »*Vagonov ne moremo urediti hitreje (z manj kot tremi koraki), saj mora biti vagon 4 na stranskem tiru pred vagonom 8, vagon 6 pa mora biti ...*«

Po objavi knjižice pa smo dobili od enega izmed tekmovalcev naslednje sporočilo: »*V rešitvah šolskega tekmovanja sem zasledil napako pri nalogi "Sortirni tiri". Če vagone najprej razdelimo na verigi 2-8-5-7 in 3-1-6-4 ter ju spojimo v 2-3-1-6-4-8-5-7, nato pa razdelimo v 2-3-6-8 in 1-4-5-7, jih lahko v tem koraku uredimo. Pravilna rešitev je tako 2.*«

Kako se je to lahko zgodilo? Problemi te vrste so lahko težki in pogosto znamo rešiti le posamične, konkretne primere, splošnih postopkov za reševanje pa se ne domislimo. Tako je bilo tudi tu: avtor naloge je našel rešitev v treh korakih in (sicer nepravilen!) dokaz, da je to najkrajša možna rešitev.

Najti rešitev v treh korakih ni bilo pretežko in naloga je bila s tem sprejemljiva za tekmovanje. Oziroma bi bila, če v dokazu ne bi bilo napake.

Pravzaprav je bila sprejemljiva tudi tako. Točko je dobil vsak tekmovalec, ki je našel rešitev v treh ali – po tem, ko so nas opozorili na napako – v dveh korakih. Že rešitev v treh korakih je namreč očitno vredna točke.

A naloga nam ni dala miru. Zanimalo nas je, ali se moremo domisliti takšnega postopka za preurejanje vagonov, ki bi nas vedno pripeljal do najkrajše možne rešitve. Ni šlo. Nalogo smo pokazali kolegu z ljubljanske fakultete za računalništvo, ki je res mojster za takšne probleme. Ta je takoj prišel do nekaj zanimivih spoznanj. Recimo tegale: izbiramo vagone, od leve proti desni. Nekatere vzamemo, druge preskočimo, pravilo pa je, da morajo biti v *napačnem* vrstnem redu. Primer takšnega podzaporedja je, recimo, 8 – 5 – 4 ali 8 – 6 – 4 (ne pa, na primer, 6 – 5 – 7, saj to zaporedje ni padajoče, ali 8 – 5 – 4 – 1, saj vagoni ne nastopajo v tem zaporedju, vagon 1 je pred 5 in 4). Vzemimo, recimo, zaporedje 8 – 5 – 4. Da spravimo te tri vagone v pravi vrstni red, bomo potrebovali vsaj dva koraka. Če lahko najdemo podzaporedje, recimo, štirih takšnih vagonov, bomo potrebovali vsaj tri korake. Če zaporedje petih, vsaj štiri korake. Najdaljše podzaporedje napačno razporejenih vagonov v naši nalogi je dolgo tri vagone, torej bomo potrebovali vsaj dva koraka. Vendar ta kriterij predstavlja le spodnjo mejo – pravi le, da bomo potrebovali vsaj dva koraka, morda pa bo potrebnih več. (Vendar v tej nalogi vemo, da dva koraka v resnici zadoščata.)

Takšna odkritja nam lahko pomagajo k razmišljanju o postopku za sistematično reševanje naloge … našli pa ga še nismo.

Nauk(i) zgodbe? Tudi navidez preprosti problemi so lahko zelo težki. Rešitev je morda znana – in morda nam jo bo prišepnil kar kak tekmovalec. Morda se je bomo domislili jutri ali pojutrišnjem. Morda pa je to eden od problemov, za katere preprosto ni druge rešitve, kot sistematično (in kolikor toliko pametno) pregledati vse možne rešitve po korakih, ki vodijo v pravo smer.

Drugi nauk: naloge sestavljajo pametni ljudje – učitelji, profesorji in tako naprej – vendar niso nezmotljivi. Tudi tekmovalci ste pametni. Kadar rešujemo težke probleme, nam pomagajo tako znanje in izkušnje (te imamo sestavljalci) kot pamet in prebrisanost (tega pa veliko premorete tudi tekmovalci).

Računalniško ozadje

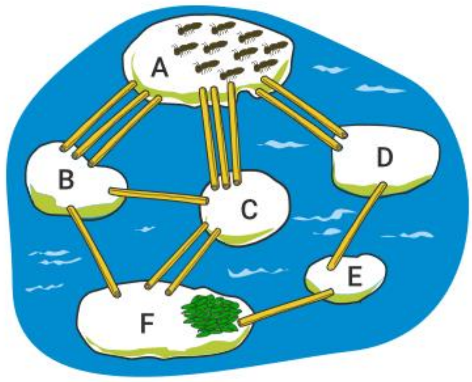
Naloga spada med optimizacijske probleme. Kako jo reševati, pa, kot smo priznali, pravzaprav ne vemo.

Mravlje v močvirju

8. – 9. razred, srednja šola

Na kamnu z oznako A sredi močvirja je obtičalo deset mravelj, ki bi rade prišle do hrane na kamnu F. Le ena mravlja naenkrat lahko hodi po slamici in porabi 1 minuto, da pride z enega kamna preko slamice na drugi kamen.

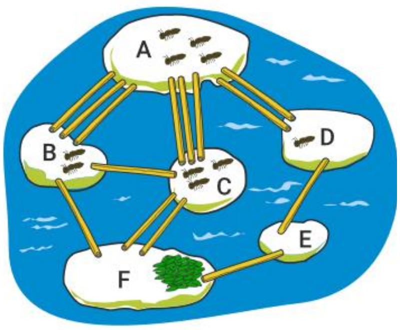
Največ koliko mravelj lahko v 3 minutah doseže hrano na kamnu F?



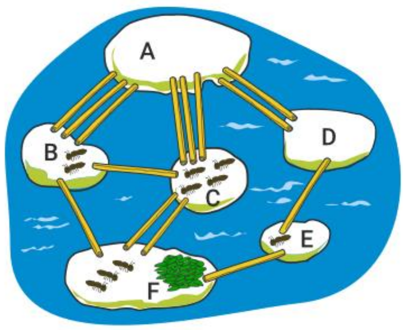
Rešitev

Pravilen odgovor je 7 mravelj. Slike prikazujejo eno od možnih situacij po vsaki minuti.

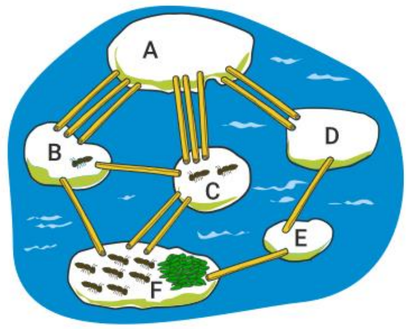
Po prvi minuti:



Po drugi minuti:



Po tretji minuti:



Računalniško ozadje

Cilj v nalogi je *optimiziranje* pretoka mravelj skozi mrežo tako, da bo kar največ mravelj prišlo do hrane v času 3 minut. To imenujemo *optimizacijski problem*.

Mravlje, ki ne poznajo strukture mreže, po kateri potujejo, ne bodo mogle najti najboljše možne rešitve. Poišče jo lahko le opazovalec, ki vidi strukturo cele mreže. V tej nalogi smo predpostavili, da se mravlje zavedajo strukture mreže in da posledično izbirajo določeno pot.

Grafi so abstraktne podatkovne strukture, ki jih lahko uporabimo za modeliranje mreže. Obstajajo tudi številni algoritmi, ki optimizirajo pretok pod določenimi pogoji. Brez uporabe obstoječih algoritmov pa lahko poiščemo rešitev z uporabo naslednjih trditev:

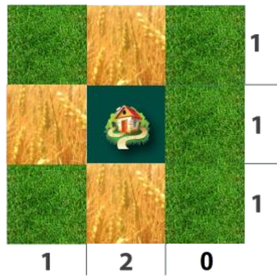
A. Nima smisla, da pošljemo več kot eno mravljo preko kamnov D-E.
B. Nima smisla, da pošljemo več kot dve mravlji preko kamnov A-B.
C. Slamica med kamnoma B-C ne prispeva k povečanju pretoka in jo lahko ignoriramo.
D. Omejitev pretoka je na slamicah med kamni B-F in C-F.

Z uporabo navedenih pogojev smo lahko poiskali optimalno rešitev.

Kvadratovanje

8. – 9. razred, srednja šola

Kmetije v Kvadrolandiji so razdeljene na kvadratna polja s hišo v sredini. Vsako leto se kmet za vsako polje odloči, ali bo na njem posadil žito ali travo, polja z žitom pa mora poročati Kvadrolandski kmetijski inšpekciji. V poročilu kvadratovanja mora za vsako vrstico in vsak stolpec zapisati vsoto vseh polj z žitom, kar inšpekcija redno preverja preko satelita.



Eno tako poročilo kmetije prikazuje slika na desni.

Samo eno od spodnjih poročil je lahko točno. Katero?

A.

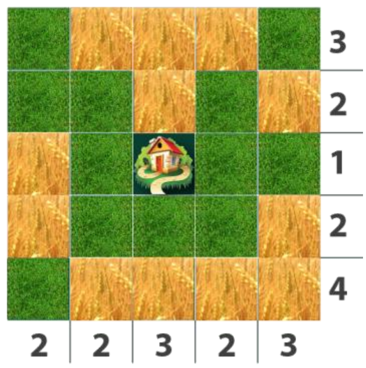
C.

B.

D.

Rešitev

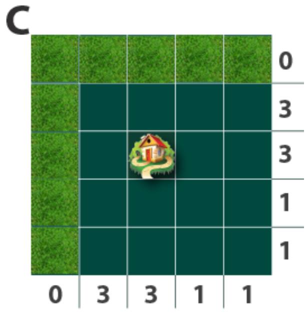
Pravilen odgovor je B. Poročilo je za kmetijo, ki je na desni sliki.



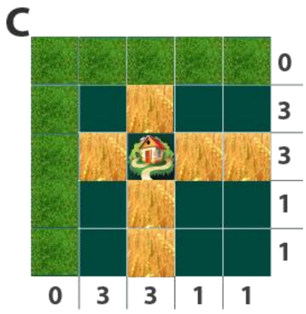
Razmislimo, zakaj je ta odgovor edini pravilen oziroma zakaj so ostali odgovori napačni.

Pri odgovorih A in D se vsota polj z žitom v vrsticah in v stolpcih ne ujema: pri A je vsota vrstic 7, stolpcev pa 9; pri D pa vrstic 11, stolpcev pa 10.

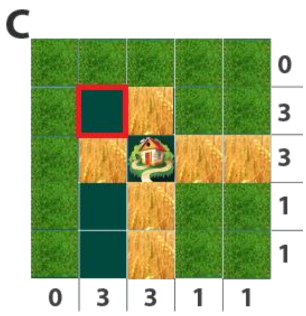
Ker se pri odgovoru C vsote vrstic in stolpcev ujemajo, moramo sklepati nekoliko drugače. Prva vrstica in prvi stolpec morata biti prazna (brez žita).



Tako ostane le ena možnost za polja z žitom v tretji vrstici in tretjem stolpcu:



Potem morajo biti vsa preostala polja v četrtem in petem stolpcu prazna (na njih ni žita, ampak trava).



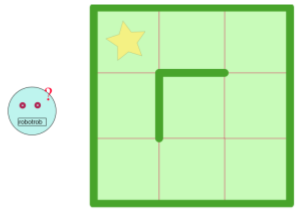
Vidimo, da ne moremo posaditi žita še na dve dodatni polji v drugi vrstici, saj je ostalo na razpolago le eno polje (označeno z rdečo). Torej je odgovor C napačen.

Računalniško ozadje

Postopku, kjer iščemo problem tako, da delamo predpostavke, opazujemo, ali nas pripeljejo do rešitve in če nas ne, poskusimo z drugačno predpostavko, rečemo iskanje z vračanjem (angl. *backtracking*). Na podoben način rešujemo tudi, na primer, Sudoku.

Izgubljeni robot

8. – 9. razred, srednja šola



Nataša je v parku izgubila robota. Park je kvadratne oblike in je razdeljen na 3 x 3 manjše kvadrate. Izgubljeni robot se lahko nahaja na katerem koli od devetih kvadratov.

Nataša lahko ročno pošlje robotu zaporedje ukazov. Tako lahko robotu ukaže, da se premakne za en kvadrat GOR, LEVO, DESNO ali DOL. Če se robot premika proti steni, ne bo mogel dalje, zato obstane. Stene so na sliki označene z debelejšo zeleno črto.

Nataša ne ve, kje je njen robot. Kakšno je najkrajše zaporedje ukazov, ki bo robota zagotovo pripeljalo do kvadrata z zvezdico?

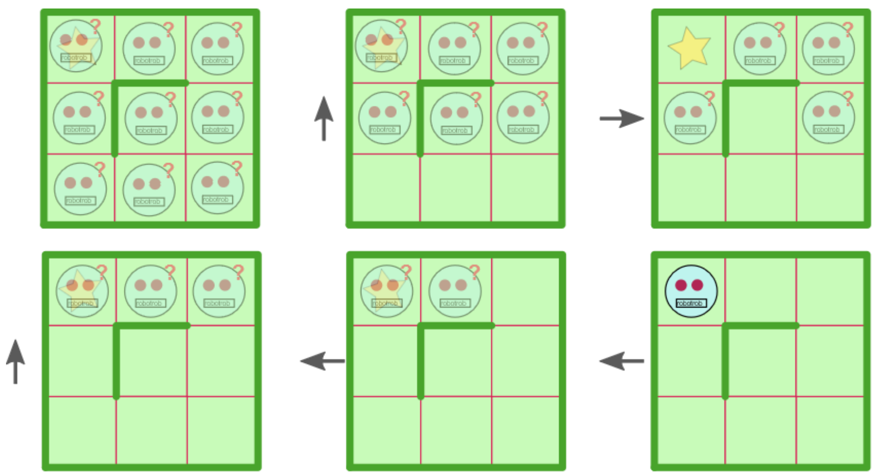
A. DOL - LEVO - DOL - LEVO - GOR - GOR
B. DESNO - GOR - GOR - LEVO - LEVO
C. DESNO - GOR - DESNO - GOR - LEVO - LEVO
D. GOR - DESNO - GOR - LEVO - LEVO

Rešitev

Pravilen odgovor je D: GOR - DESNO - GOR - LEVO - LEVO. Da preverimo pravilnost odgovora, bomo izvedli zaporedje ukazov z vsemi možnimi začetnimi pozicijami. Po vsakem koraku se možne pozicije robota spremenijo in na koncu je le ena možna pozicija robota.

Rešitve ne moremo najti v 4 korakih, saj z desnega spodnjega kvadrata potrebujemo najmanj štiri ukaze za premik (GOR - GOR - LEVO - LEVO ali LEVO - LEVO - GOR - GOR), da dosežemo zvezdico. Vendar pa nobena od teh kombinacij ukazov ne pripelje robota s srednjega kvadrata do zvezdice.

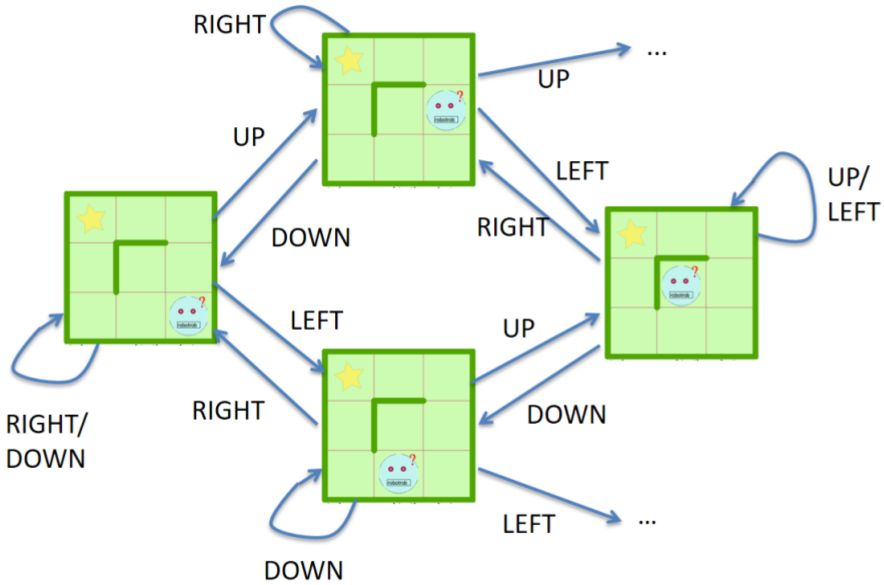
Čeprav tudi zaporedji ukazov pod A in pod C pripeljeta robota do želenega kvadrata, ti dve zaporedji nista najkrajši. Odgovor B pa je napačen, ker robot ob tem zaporedju ukazov ne doseže kvadrata z zvezdico, če se je izgubil v spodnjem levem kvadratu.



Računalniško ozadje

Naloga govori o sinhronizacijski besedi v končnem avtomatu.

V vsakem trenutku se robot nahaja na enem kvadratku in lahko sprejme Natašin ukaz. Po vsakem ukazi robot ali zamenja kvadrat ali pa ostane na istem kvadratu. Položaj robota imenujemo *stanje*, ukazi pa to stanje lahko spremenijo. Spremembo stanj lahko prikažemo grafično s sliko, kot je spodnja (ta slika ne prikazuje vseh možnih sprememb stanj):



Lažne novice

8. – 9. razred, srednja šola

Nacionalna televizija vsak dan pripravlja večerna poročila. Večina novic v poročilih je resnična, a nekaj je tudi lažnih. Štirje prijatelji, Ana, Berta, Ciril in Darko, vsak večer skupaj gledajo poročila.

- Ana je zelo dobra pri ločevanju lažnih novic od resničnih.
- Berta misli, da so vse novice lažne.
- Ciril vedno zamenja lažne novice za resnične in resnične za lažne.
- Darko pa misli, da so vse novice resnične.

Prijatelji so se dogovorili, da bodo kot resnične obravnavali vse tiste novice, za katere vsaj trije od njih mislijo (ali vedo), da je novica resnična.

V katerem primeru se bodo prijatelji strinjali, da je novica resnična?

A. Kadar je novica dejansko resnična.
B. Kadar je novica dejansko lažna.
C. Vedno.
D. Nikoli.

Rešitev

Pravilen odgovor je D: nikoli.

Do rešitve pridemo enostavno, če pripravimo naslednjo tabelo:

Če je novica …	Ana reče	Berta reče	Ciril reče	Darko reče
resnična	resnična	lažna	lažna	resnična
lažna	lažna	lažna	resnična	resnična

V vsakem primeru le dva prijatelja rečeta, da je novica resnična. Ker bi morali tako reči vsaj trije prijatelji, da bi se strinjali glede resnične novice, to pomeni, da se nikoli ne strinjajo.

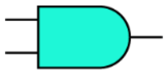
Računalniško ozadje

Logika je seveda del matematike, a tudi računalništvo temelji na njej.

Barvno steklo

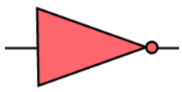
srednja šola

Steklenice so lahko prozorne ali pa barvne. Za predelavo stekla imamo tri vrste strojev. Dva stroja vzameta po dve steklenici naenkrat in ju predelata. Tretji stroj pa lahko naenkrat predela le eno steklenico.



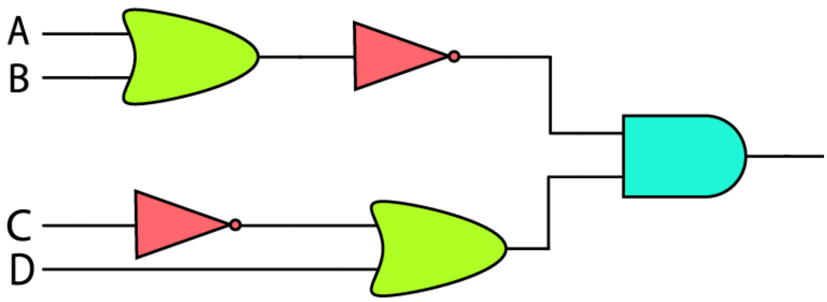
Ta stroj izdela prozorno steklenico le takrat, ko mu podamo dve prozorni steklenici. V vseh drugih primerih (tj. če je vsaj ena steklenica barvna) pa izdela barvno steklenico.

Ta stroj izdela barvno steklenico le v primeru, ko mu podamo dve barvni steklenici. V vseh drugih primerih (tj. če je vsaj ena steklenica prozorna) pa izdela prozorno steklenico.



Ta stroj spremeni barvno steklenico v prozorno ali prozorno steklenico v barvno.

Za predelavo stekla smo sestavili sistem na spodnji sliki.



Katere vrste steklenic lahko damo v stroje na mestih A, B, C in D, da bomo na koncu dobili prozorno steklenico?

A. A = prozorna, B = prozorna, C = barvna, D = prozorna
B. A = barvna, B = barvna, C = barvna, D = prozorna
C. A = prozorna, B = barvna, C = barvna, D = prozorna
D. A = barvna, B = barvna, C = prozorna, D = barvna

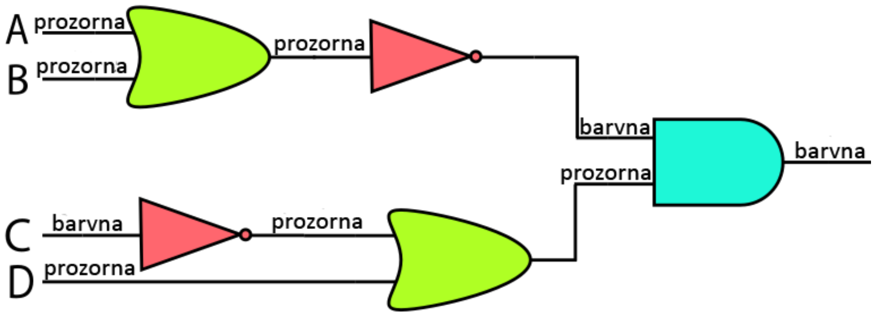
Rešitev

Pravilen odgovor je A = barvna, B = barvna, C = barvna, D = prozorna.

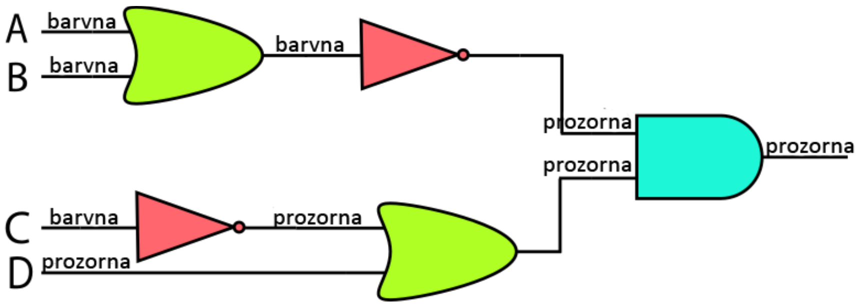
Za vsakega od podanih odgovorov lahko na sliki sestavljenega sistema na črte pripišemo še vrsto steklenice (ki jo vstavimo ali pa jo stroj izdela). Tako lahko preverimo končni izdelek za vsakega izmed vhodov ter poiščemo pravilnega.

Kot vidimo, je izmed štirih podanih možnosti slika 2 edina, ki na izhodu izdela prozorno steklenico.

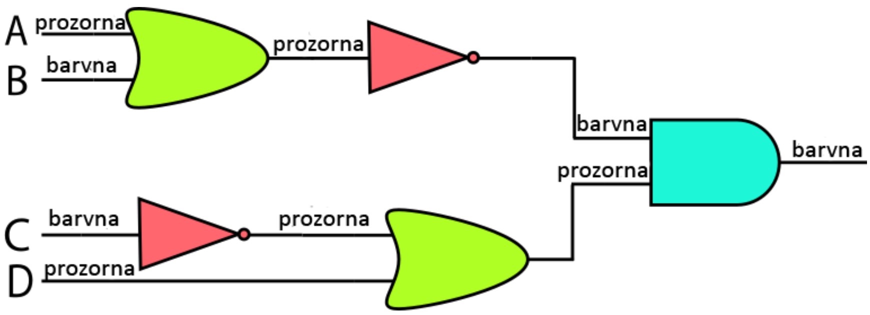
Slika 1:



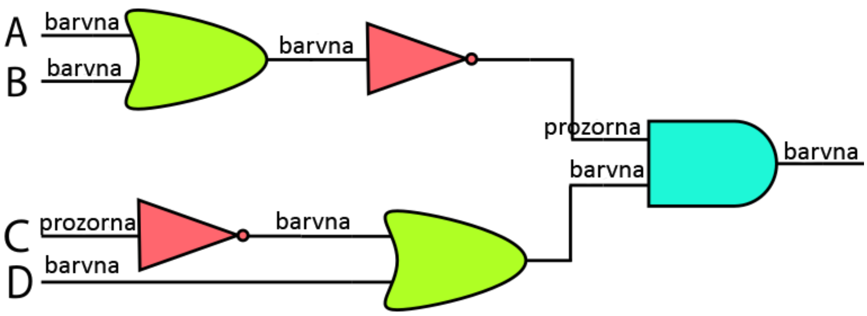
Slika 2:



Slika 3:



Slika 4:



Vendar pa to ni edina možna rešitev. Imamo namreč tri različne kombinacije vhodnih steklenic, iz katerih sistem strojev izdela prozorno steklenico:

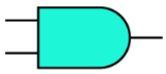
A = barvna, B = barvna, C = barvna, D = barvna
A = barvna, B = barvna, C = barvna, D = prozorna (to je odgovor B pri naši nalogi)
A = barvna, B = barvna, C = prozorna, D = prozorna

Računalniško ozadje

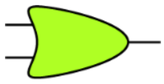
Računalniki vsebujejo vezja, ki so sestavljena iz različnih vrst manjših elementov, ki jih imenujemo vrata. Največkrat se uporablja vrata NOT, OR, AND ter XOR.

V nalogi smo uporabili vrata AND, OR in NOT, njihova grafična predstavitev v nalogi pa je enaka, kot se uporablja v inženirstvu.

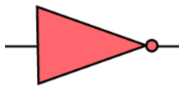
Vrata delujejo z električnim signalom. Če je signal prisoten, to označimo z 1; če ni signala pa z 0. V logiki pa signal 1 pomeni »resnično«, signal 0 pa »neresnično«. Tako bi v naši nalogi prozorna steklenica pomenila *resnično* (ali 1), barvna steklenica pa *neresnično* (ali 0).



Vrata AND bodo dala na izhod vrednost *resnično* natanko takrat, ko bosta *resnična* oba vhoda.



Vrata OR bodo dala na izhod vrednost *resnično*, če bo *resničen* vsaj eden od vhodov.

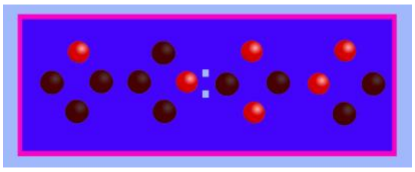


Vrata NOT obrnejo vrednost: če je vhod *resničen*, je izhod *neresničen* in obratno.

Koliko je ura?

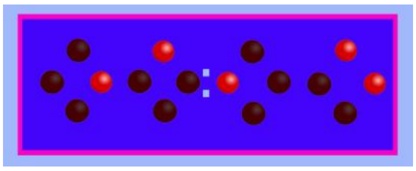
srednja šola

Nejc ima uro, ki kaže čas na nenavaden način. Ob 12.59 ura kaže takole:

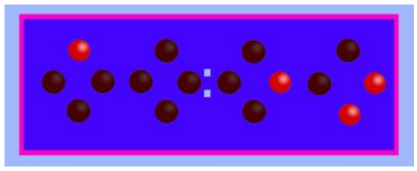


Katera od spodnjih slik prikazuje veljaven čas na Nejčevi uri?

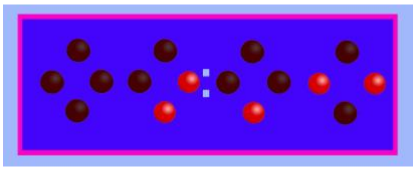
A.



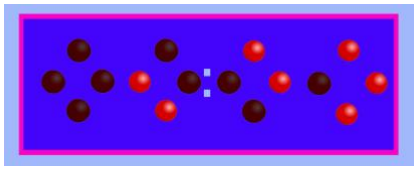
C.



B.



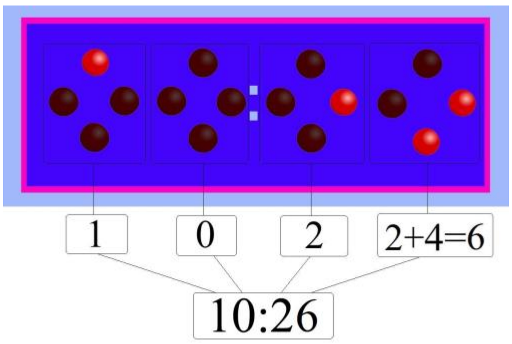
D.



Rešitev

Pravilen odgovor je C.

Številke na uri so zapisane v binarni obliki. Če jih pretvorimo v desetiško obliko, imamo na sliki A 2, 1, 8 in 3, torej 21:83, kar ni veljaven čas. Na sliki B je 0, 6, 4 in 10, torej 06:4 10, kar tudi ni veljaven čas. Na sliki D pa je 0, 12, 3 in 7, torej 0 12:37, kar tudi ni pravilen čas. Na sliki C pa je 1, 0, 2 in 6, kar se sestavi v veljaven čas 10:26.

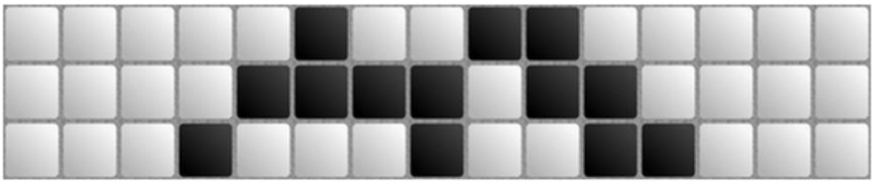


Računalniško ozadje

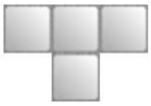
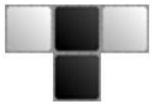
V računalnikih so vsi podatki zapisani v binarni obliki. Za ljudi pa je prikladnejša desetiška, zato takšnih ur (normalni ljudje) ne uporabljamo.

Črne in bele celice

srednja šola



Vrstični avtomat ima v eni vrstici več celic, ki so lahko črne ali bele barve. Avtomat sestavi naslednjo vrstico glede na barvo celic v predhodni vrstici z upoštevanjem naslednjih pravil:

Trojica zgoraj: Nova celica:				
Trojica zgoraj: Nova celica:				

Prva in zadnja celica v vrstici (razen morda v prvi vrstici) sta beli.

Spodnji vzorci prikazujejo dve vrstici avtomata, kjer v prvi vrstici manjka informacija o barvi treh celic. Kateri od podanih vzorcev **ne prikazuje** vzorca avtomata, ki upošteva zgoraj podana pravila?

A. 

B. 

C. 

D. 

Rešitev

Pravilen odgovor je A.

Vrstični avtomat ne more sestaviti vzorca, ki ga prikazuje slika A. Glede na barvo prvih dveh celic v prvi vrstici in celic v drugi vrstici je prva neznana celica na levi lahko le bela (tretje pravilo). Srednja neznana celica je lahko potem le črna (šesto pravilo). Tretja neznana celica pa je lahko potem le črna (sedmo pravilo). Naslednjo celico lahko dobimo le z uporabo četrtega pravila. Zadnje tri celice v pravi vrstici so tako črna-bela-bela, kar nam po drugem pravilu da v naslednji vrstici črno celico. Vendar pa je predzadnja celica v drugi vrstici bela, kar pomeni, da je nismo dobili z uporabo navedenih pravil.

Ostale slike pa prikazujejo veljavne vzorce.

Vzorec B:

Vzorec C:

Vzorec D:

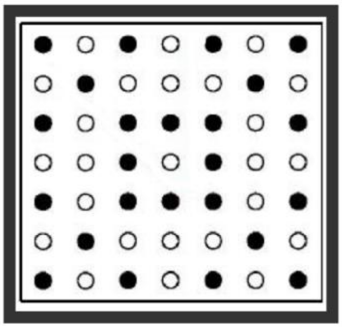
Računalniško ozadje

Poleg Game of Thrones obstaja tudi Game of Life. Je manj krvava in bolj logična. In v resnici povezana tudi s čim uporabnim. Več o njej si preberi na Wikipediji, pa boš izvedel tudi, kako je povezana s to nalogo.

Hotelski ključi

srednja šola

V hotelu so uvedli nov sistem odpiranja vrat hotelskih sob. Vsak gost za odpiranje sobe dobi kartico kvadratne oblike, na kateri je 7 x 7 lukenj. Luknje so lahko prazne ali pa zapolnjene. Čitalec kartic na vratih hotelske sobe zna prebrati vzorec na kartici in če je ta ustrezen, odpre vrata sobe.

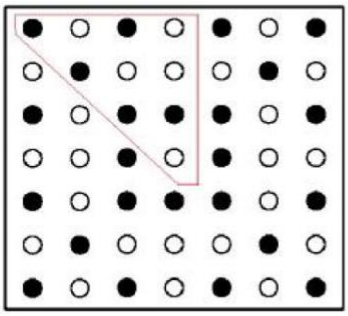


Kartico lahko v čitalec vstavimo poljubno obrnjeno: obe strani kartice sta enaki, kartice pa so simetrične, tako da ni pomembno, kako jo obrnemo pri vstavljanju v čitalec. Če mora imeti vsaka hotelska soba svoj ključ, koliko sob imamo lahko v hotelu?

Rešitev

Pravilen odgovor je 1024.

Če so kartice simetrične v vodoravni in navpični smeri, se lahko razlikujejo le po luknjah znotraj trikotnika, ki ga prikazuje slika.



Teh lukenj je 10, vsaka pa je lahko odprta ali pa zaprta. Tako imamo skupaj lahko $2^{10} = 1024$ različnih kartic.

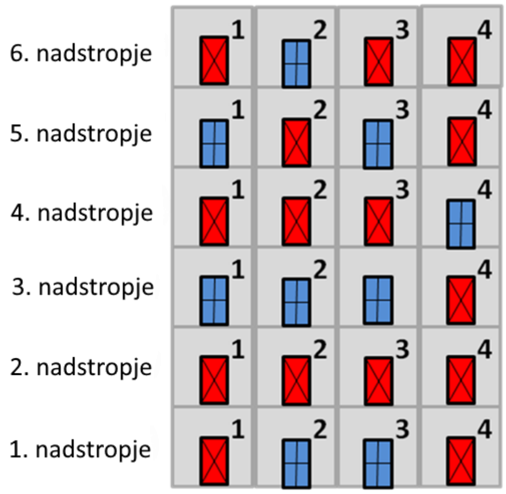
Računalniško ozadje

»Osnovna kombinatorika, Watson,« bi rekel Sherlock Holmes.

Barvanje vrat

srednja šola

V sosednjem bloku imajo vsa stanovanja rdeča (označena z X) ali modra (označena s +) vrata, kot kaže slika.

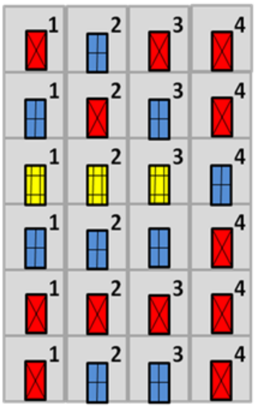


Stanovalci so se odločili, da bodo nekatera vrata pobarvali rumeno. Pleskar, ki v prostem času rad piše tudi računalniške programe, se je odločil, da bo za barvanje vrat na rumeno uporabil proceduro `Pobarvaj(nadstropje, vrata)`.

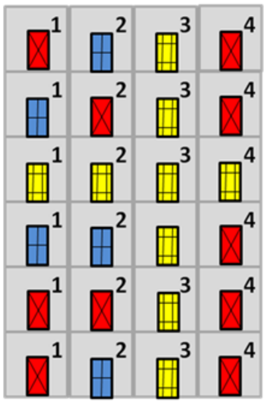
```
Pobarvaj(nadstropje, vrata) pomeni:
   če stanovanje(nadstropje, vrata) obstaja, naredi:
      če je barva vrat od stanovanje(nadstropje, vrata) rdeča,
      izvedi naslednjih pet vrstic:
         prepleskaj vrata od stanovanje(nadstropje, vrata) na rumeno
         Pobarvaj(nadstropje, vrata - 1)
         Pobarvaj(nadstropje, vrata + 1)
         Pobarvaj(nadstropje - 1, vrata)
         Pobarvaj(nadstropje + 1, vrata)
```

Kako bodo izgledala vrata stanovanj, ko bo pleskar izvedel proceduro **`Pobarvaj(4, 3)`**?

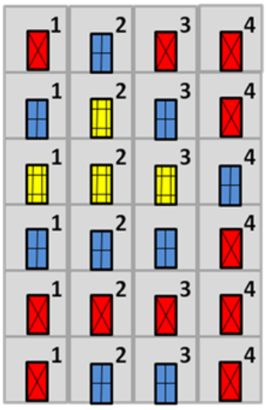
A.



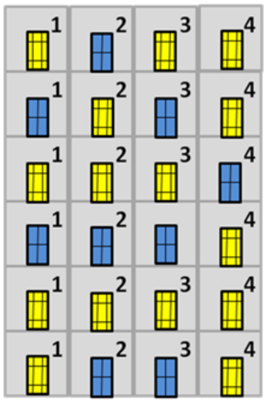
C.



B.



D.



Rešitev

Pravilen odgovor je B. Rumeno so pobarvana vsa rdeča vrata, do katerih lahko pridemo od začetnih vrat.

Pri odgovoru A so rumena le vrata levo od začetnih vrat.

Pri odgovoru C ni upoštevano, da se barvajo vsa sosednja vrata od trenutnih vrat. Poleg tega se barvanje ne zaključi, ko pride do modrih vrat.

Pri odgovoru D so rumeno pobarvana vsa rdeča vrata, kar je preveč, saj do vseh rdečih vrat ne moremo priti od podanih začetnih vrat.

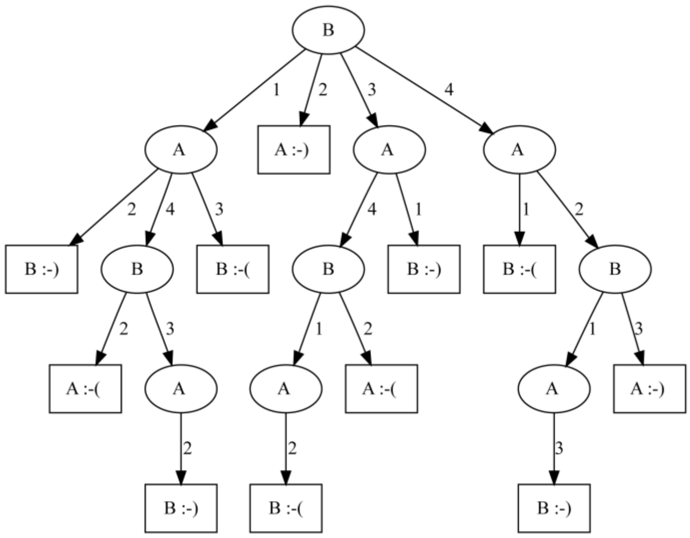
Računalniško ozadje

V nalogi je pleskar uporabil algoritem poplavljanja (angl. *flood fill*), ki se v računalniški grafiki uporablja za zapolnjevanje področij z novo barvo.

Najboljša strategija

srednja šola

Anej in Bor igrata igro, v kateri se izmenjujeta pri potezah. Na potezi je Bor in ima štiri možne poteze (1, 2, 3 in 4). Da bi lažje ugotovil, katera od štirih potez je najboljša (torej tista, ki ga vodi do zmage), je narisal drevo vseh možnih izidov igre. Začne na vrhu (B) in za vse štiri možne poteze nariše puščice, ki vodijo v naslednjo situacijo, ko je na potezi Anej (A). Nato za vsako od štirih možnosti, če igre še ni konec, nariše puščice za vsako potezo, ki jo lahko naredi Anej. In tako naprej.



V primerih, ko je pri neki potezi igre konec, v pravokotnik nariše za zmago igralca, ki je napravil potezo, vesel :-) in za poraz žalosten :-(obraz.

Katero izmed štirih možnih potez mora izbrati Bor, da bo v igri – če bo tudi naprej igral pametno – zagotovo zmagal?

Rešitev

Pravilen odgovor je: potezo 3.

Ko Bor odigra potezo 3, bo Anej najverjetneje izbral potezo 4 (saj bi ob izbiri poteze 1 takoj zmagal Bor). Nato pa lahko Bor izbere potezo 2 in Anej izgubi (torej zmaga Bor).

Pri vseh drugih izbranih potezah je vedno možnost, da zmaga Anej.

Računalniško ozadje

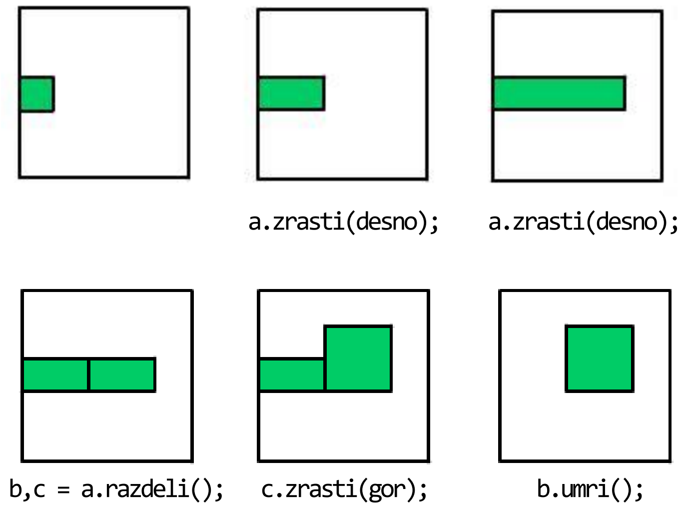
Preiskovanje dreves vseh možnih situacij se pogosto uporablja pri programiranju strateških računalniških iger, kot sta na primer šah ali štiri v vrsto. Seveda so v teh primerih drevesa veliko večja od tega v naši nalogi, zato pri iskanju ustrezne strategije ne moremo pregledati celega drevesa in uporabimo prilagojene algoritme.

Zrasti!

srednja šola

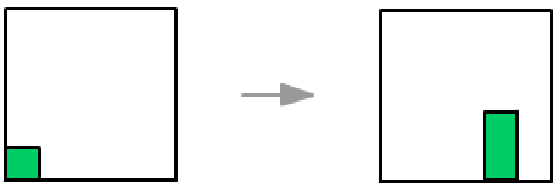
Gaber obožuje rastline, zato si je zamislil preprost programski jezik, s katerim lahko opiše grafični prikaz življenja rastline. V tem jeziku vedno začnemo z majhno rastlino, ki jo prikažemo s kvadratom. To rastlino tudi poimenujemo s poljubno črko (na primer a). Rastlina lahko nato izvede eno izmed treh različnih operacij: zraste, se razdeli ali pa umre.

Spodnja slika prikazuje kratek program, v katerem so uporabljene vse navedene operacije:



Operacija `zrasti()` vedno podvoji velikost rastline v podani smeri. Operacijo `razdeli()` lahko izvede le podolgovata rastlina (pravokotne oblike), kjer se razdeli na dve manjši rastlini enake velikosti. Kvadrat se ne more razdeliti.

Če bi želeli napisati program, ki začetno rastlino na levi strani spodnje slike spremeni v rastlino na desni, kateri bi bili prvi štirje ukazi tega programa?



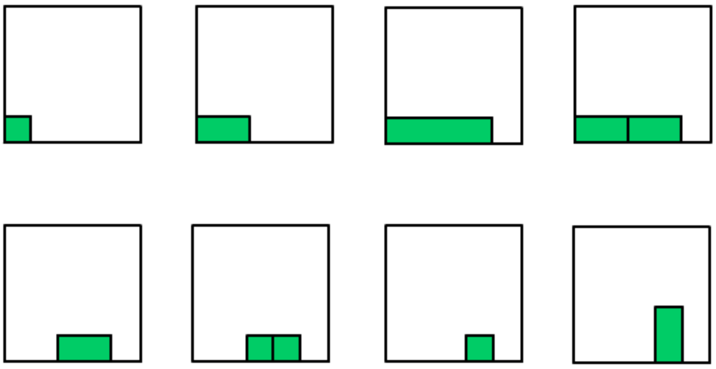
A. `a.zrasti(desno); a.zrasti(desno); b,c = a.razdeli(); b.umri();`
B. `a.zrasti(gor); a.zrasti(desno); a.zrasti(desno); b,c = a.razdeli();`
C. `a.zrasti(desno); a.zrasti(desno); a.zrasti(gor); a.umri();`
D. `a.zrasti(desno); b,c = a.razdeli(); c.zrasti(gor); c.zrasti(desno);`

Rešitev

Pravilen odgovor je A. Cel program je naslednji:

```
a.zrasti(desno); a.zrasti(desno); b,c = a.razdeli();

b.umri(); d,e = c.razdeli(); d.umri(); e.zrasti(gor);
```



Program pod C ni pravilen, saj po četrtem ukazu nimamo več rastlin (umre edina rastlina, ki jo imamo).

Programa pod B (s prvim in drugim ukazom) in pod D (s tretjim in četrtim ukazom) ustvarita kvadrat s širino dve, ki ga ne moremo več zmanjšati na pravokotnik s širino ene enote.

Računalniško ozadje

Način programiranja, pri katerem o podatkih razmišljamo kot o »objektih«, ki imajo določene lastnosti (npr. položaj in velikost) in določene zmožnosti (zrasti, umri...) rečemo objektno usmerjeno programiranje (*object oriented programming*). Takšen slog programiranja se je uveljavil v osemdesetih in devetdesetih in je še vedno osnova sodobnega pristopa k programiranju, saj je zelo sistematično in programerju pomaga urediti tako misli kot programe.

Če ...

srednja šola

Žiga se je začel učiti nov programski jezik. Zanima ga, kako se program odloča med različnimi vrednostmi glede na to, ali je pogoj resničen ali neresničen.

Tako imamo v tem jeziku funkcijo IF, ki deluje takole:

```
IF(pogoj; vrednost1; vrednost2) =   vrednost1, če je pogoj resničen
                                    vrednost2, če je pogoj neresničen
```

Če imamo A = 3, B = 4 ter C = 5, katero vrednost nam vrne `IF(A > B; A; IF(B < C; C; B))`?

Rešitev

Pravilen odgovor je 5.

Ker pogoj A > B ni resničen (3 ni večje od 4), funkcija vrne vrednost IF(B < C; C; B). Nadalje, pogoj B < C je resničen (4 je res manjše od 5), zato funkcija vrne vrednost C, ki je enaka 5.

Računalniško ozadje

Operatorju, ki glede na to, ali je pogoj resničen ali ne, vrne eno ali drugo vrednost, pravimo *ternarni operator*. V točno takšni obliki kot v tej nalogi ga boš našel v Excelu. V računalniških jezikih pa ima pogosteje obliko `pogoj ? vrednost1 : vrednost2`. Če vgnezdimo dva pogoja, kot v nalogi, pa to hitro postane nepregledno: `A > B ? A : (B < C ? C : B)`.