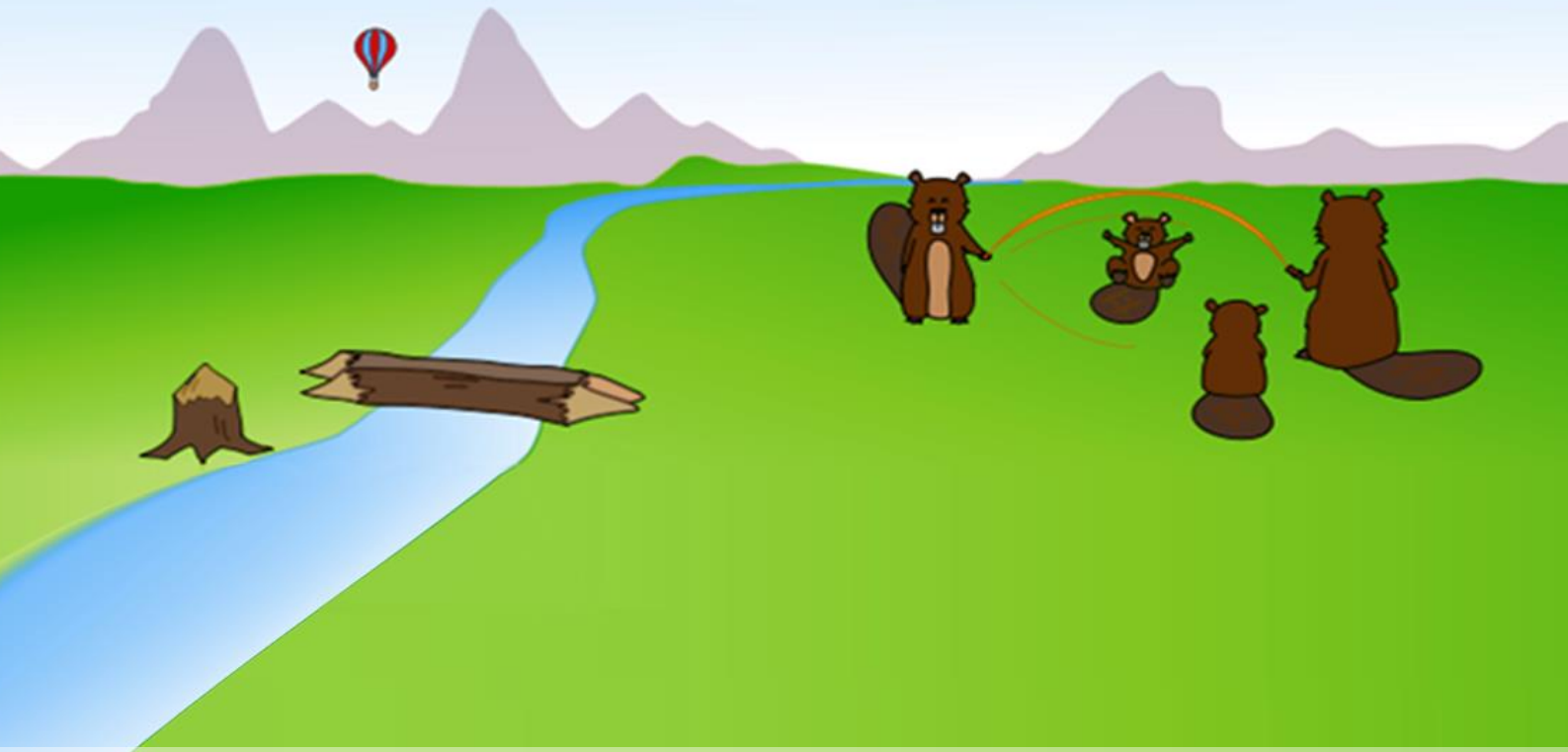


Bober 2019/20

Naloge in rešitve

Naloge za tekmovanje je izbral, prevedel, priredil in oblikoval Programski svet tekmovanja:

Alenka Kavčič (UL FRI)
Janez Demšar (UL FRI)
Nežka Rugelj (MIZŠ)
Špela Cerar (UL PEF)

Razvoj tekmovalnega sistema:

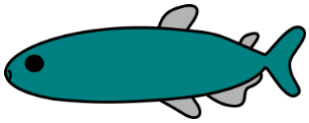
Gašper Fele Žorž (UL FRI)
Gregor Jerše (UL FRI)

Kazalo nalog

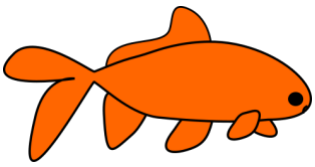
AKVARIJ

2. razred

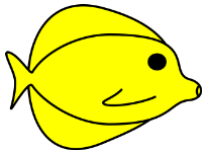
BINE SI ŽELI NOV AKVARIJ Z RAZLIČNIMI RIBAMI. VŠEČ SO MU:



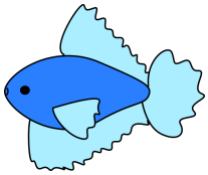
NEONKA



ZLATA RIBICA



SKALARKA

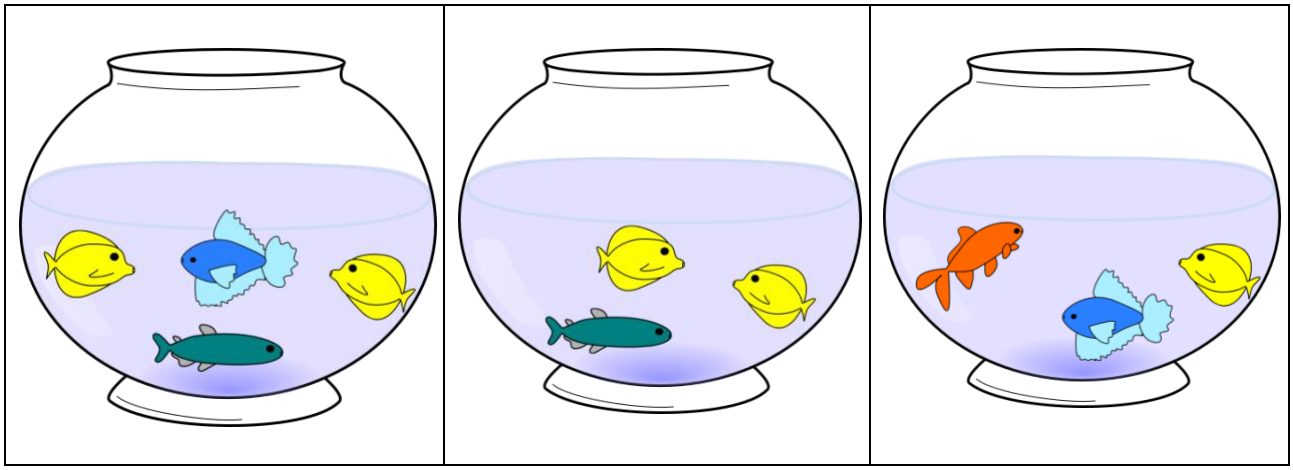


BOJNA RIBICA

PRODAJALEC MU POVE:

- BOJNA RIBICA NE MARA NEONKE.
- SKALARKA NE MARA ZLATE RIBICE.

OBKROŽI AKVARIJ, V KATEREM SE VSE RIBE MED SEBOJ RAZUMEJO.



Rešitev

BINE LAHKO DOMOV ODNESE DRUGI AKVARIJ. V PRVEM STA SKUPAJ BOJNA RIBICA IN NEONKA, V TRETJEM PA SKALARKA IN ZLATA RIBICA.

Računalniško ozadje

Razumevanje logičnih izrazov in relacij.

VREMENSKA NAPOVED

2. razred

BOBRI SPOROČAJO VREMENSKO NAPOVED Z VRHA GORE. NAPOVED SPOROČAJO Z MAJHNIMI IN VELIKIMI DIMNIMI OBLAKI. SPOROČIJO LAHKO:

		
DEŽ	OBLAČNO	SONČNO

OB ZADNJI NAPOVEDI JE VETER RAZKADIL TRI OBLAKE IN BOBRI SO VIDELI LE:

KAKŠNO VREME SO NAPOVEDALI?

Rešitev

VREMENARJI SO NAPOVEDALI OBLAČNO VREME. PRI NAPOVEDI DEŽJA IN SONČNEGA VREMENA STA DRUGI IN ČETRTI OBLAK MAJHNA.

Računalniško ozadje

Pri prenosu podatkov uporabljamo tehnike, ki omogočajo, da zna prejemnik popraviti manjše napake ob prenosu ali manjkajoče podatke, ne da bi bilo potrebno ponovno pošiljanje sporočila ali dela sporočila.

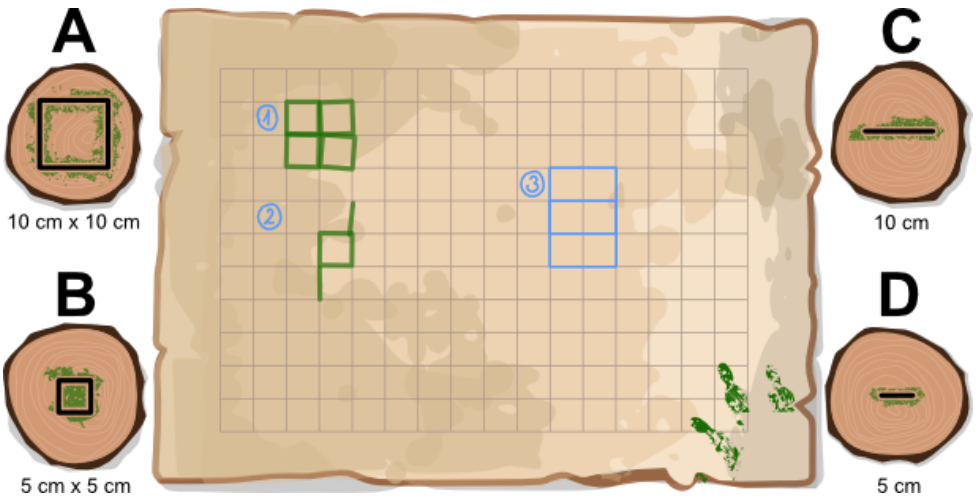
ŠTAMPILJKE

2. – 5. razred

BOBER PAVLE IMA 4 RAZLIČNE ŠTAMPILJKE. Z NJIMI JE NAREDIL 2 SLIKI.

SLIKO 1 JE NAREDIL TAKO, DA JE ŠTIRIKRAT ODTISNIL ŠTAMPILJKO B.

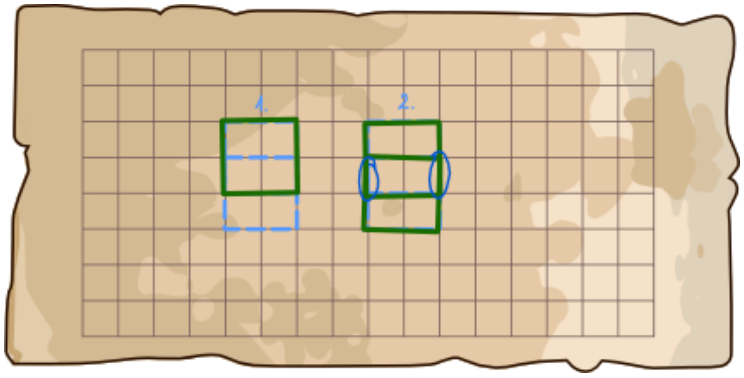
SLIKO 2 JE NAREDIL TAKO, DA JE ENKRAT ODTISNIL ŠTAMPILJKO B IN DVAKRAT ŠTAMPILJKO D.



MARIJA TRDI, DA LAHKO SLIKO 3 NAREDI LE Z ENO ŠTAMPILJKO, KI JO ODTISNE DVAKRAT. KATERO ŠTAMPILJKO MORA UPORABITI?

Rešitev

UPORABI LAHKO ŠTAMPILJKO A TAKO, DA NAJPREJ ODTISNE ZGORNJI DEL IN NATO SPODNJEGA. KOT LAHKO VIDIŠ NA SLIKI, SE ODTISA ŠTAMPILJK NA DVEH MESTIH PREKRIVATA. TI MESTI STA OBKROŽENI Z MODRO.



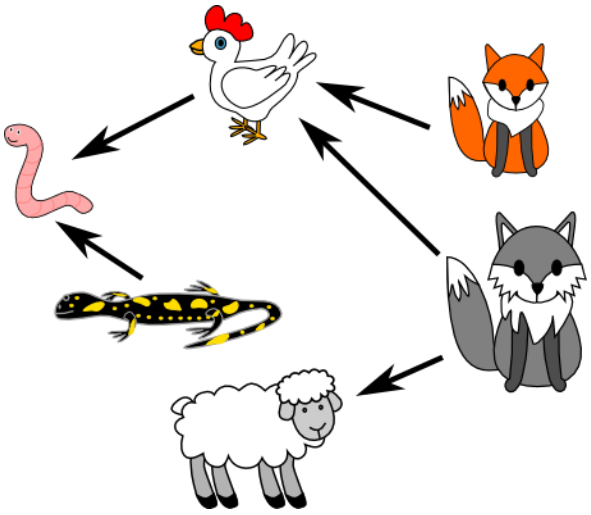
Računalniško ozadje

Sliko 3 bi lahko naredili tudi z večkratnim odtiskanjem štampiljk C ali D. Za to bi potrebovali več potez, kot smo jih uporabili pri odtiskanju štampiljke A, kar bi bilo zamudno. V računalništvu večkrat iščemo rešitve, pri katerih postopke pospešimo ali poenostavimo.

Na kmetiji

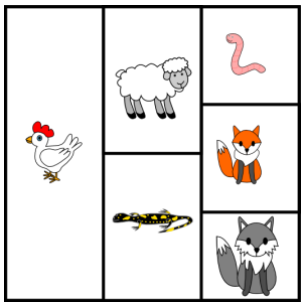
2. – 5. razred

Koko ima doma 6 živali. Za vsako je pripravil svojo ogrado. Na spodnji sliki so označene z A, B, C, D, E in F. Poskrbeti mora, da bodo vse živali varne, zato pazi, da v sosednjih ogradah niso živali, ki bi ogrožale svoje sosede. Katera žival je nevarna kateri, je prikazal na desni sliki.

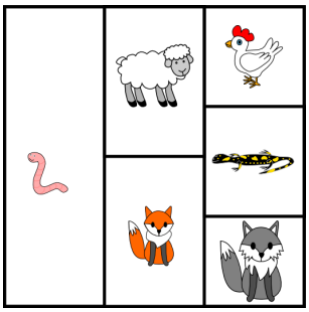


V katerem od spodnjih primerov je **ogrožena** vsaj ena žival?

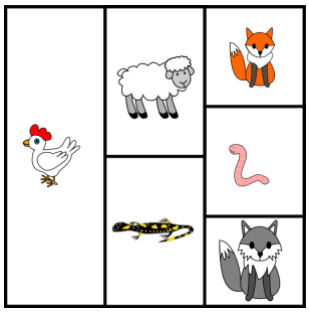
A)



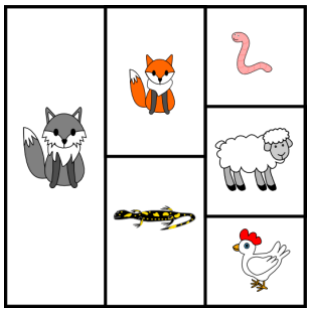
B)



C)



D)



Rešitev

V primeru C močerad ogroža deževnika.

Računalniško ozadje

Iskanje rešitve nekega problema, ki ustreza določenim omejitvam, je pogosta naloga računalniških programov. Tu je bila tvoja naloga le, da preveriš nekaj predlaganih rešitev. V praksi pa morajo računalniki izmed vseh možnih rešitev poiskati takšno, ki je dovoljena, poleg tega pa je najboljša še po kakem drugem kriteriju – recimo po tem, da močerade, če se le da, postavi na vlažno in ovce na travo ...

Vremenska napoved

3. razred

Bobri sporočajo vremensko napoved z vrha gore. Napoved sporočajo z majhnimi in velikimi dimnimi oblaki. Sporočijo lahko:

			
NEVIHTA	DEŽ	OBLAČNO	SONČNO

Ob zadnji napovedi je veter razkadil tri oblake in bobri so videli le:

Obkroži vse napovedi, ki so jih lahko poslali.

NEVIHTA DEŽ OBLAČNO SONČNO

Rešitev

Vremenarji so napovedali ali nevihto ali oblačno vreme. Pri napovedi dežja in sončnega vremena sta drugi in četrti oblak majhna.

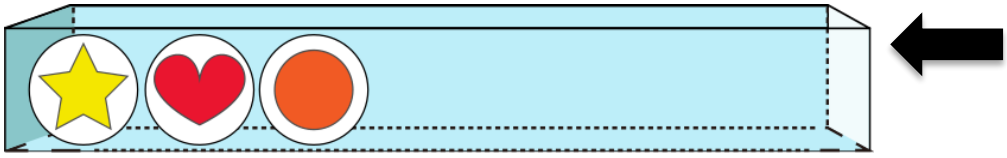
Računalniško ozadje

Pri prenosu podatkov uporabljamo tehnike, ki omogočajo, da zna prejemnik popraviti manjše napake ob prenosu ali manjkajoče podatke, ne da bi bilo potrebno ponovno pošiljanje sporočila ali dela sporočila.

Frnikole

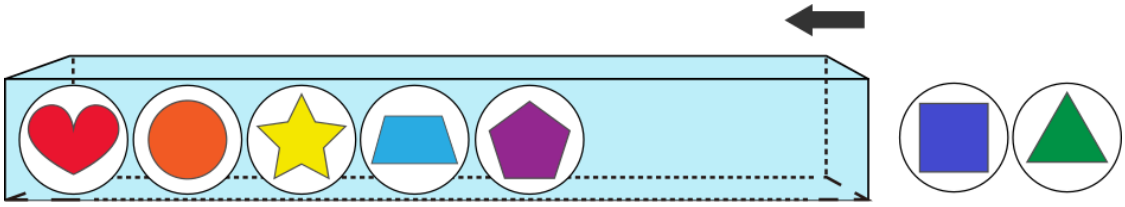
3. – 5. razred

Mali bober ima prozorno škatlo, v katero pospravlja svoje frnikole. Škatla se odpira na desni strani.



V škatlo lahko da samo eno frnikolo naenkrat. Na primer, če želi dati zeleno  frnikolo med rdečo  in oranžno  , mora oranžno najprej vzeti ven, potem dati notri zeleno in potem nazaj oranžno.

Bober se ne želi več igrati, zato bo pospravil vse frnikole. Ko je pospravil prvih pet, sta mu zunaj ostali še dve.



Frnikole želi imeti pospravljene v vrstnem redu: 

Kako mora nadaljevati z zlaganjem, da bo dobil željeni vrstni red v škatli?

A vzemi  → vzemi  → pospravi  → pospravi  → pospravi  → pospravi 

B vzemi  → vzemi  → pospravi  → pospravi  → pospravi  → pospravi 

C vzemi  → pospravi  → pospravi  → pospravi 

D vzemi  → vzemi  → pospravi  → pospravi  → pospravi  → pospravi 

Rešitev

Pravilno zaporedje zlaganja je zaporedje A.

Pri zlaganju B dobimo zaporedje  .

Pri zlaganju C dobimo zaporedje  .

Pri zlaganju D pa dobimo zaporedje  .

Računalniško ozadje

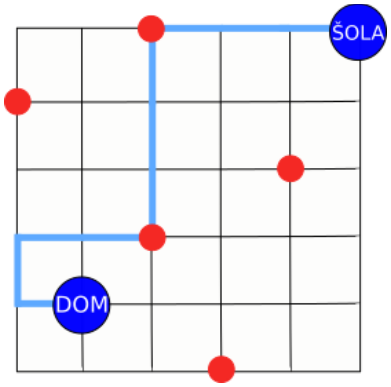
V trgovinah uporabljamo vrsto – kdor se prej postavi v vrsto za kruh, bo tudi prej dobil kruh. V računalništvu pa poleg vrst pogosto uporabljamo tudi sklad, kjer je na začetku tisti, ki je prišel zadnji. Škatla v tej nalogi je podobna skladu.

Pot domov

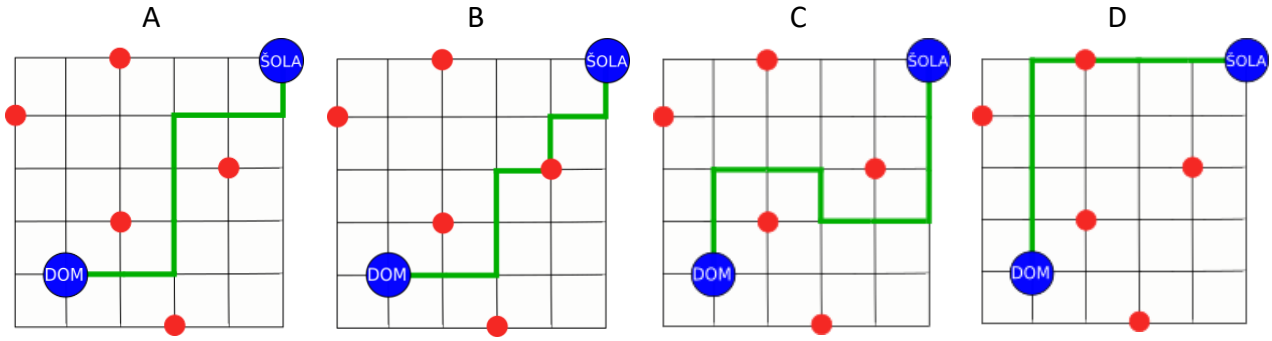
3. – 5. razred

Bojan ima osebnega šoferja, ki ga vsak dan pelje iz šole domov.

Na zemljevidu je njuna včerajšnja pot domov. Za vožnjo od enega do drugega križišča potrebujeta 1 minuto. Rdeča pika na zemljevidu pomeni rdečo luč, ki jima vzame 1 dodatno minuto vožnje domov. Včerajšnja vožnja je tako trajala 12 minut.



Danes se Bojanu zelo mudi domov. Po kateri poti naj ga pelje šofer, da bo kar najhitreje doma?



Rešitev

Pravilen je odgovor A. Za to pot bosta porabila 8 minut, medtem ko bi za pot B ali D porabila 9 minut, za pot C pa 10 minut.

Računalniško ozadje

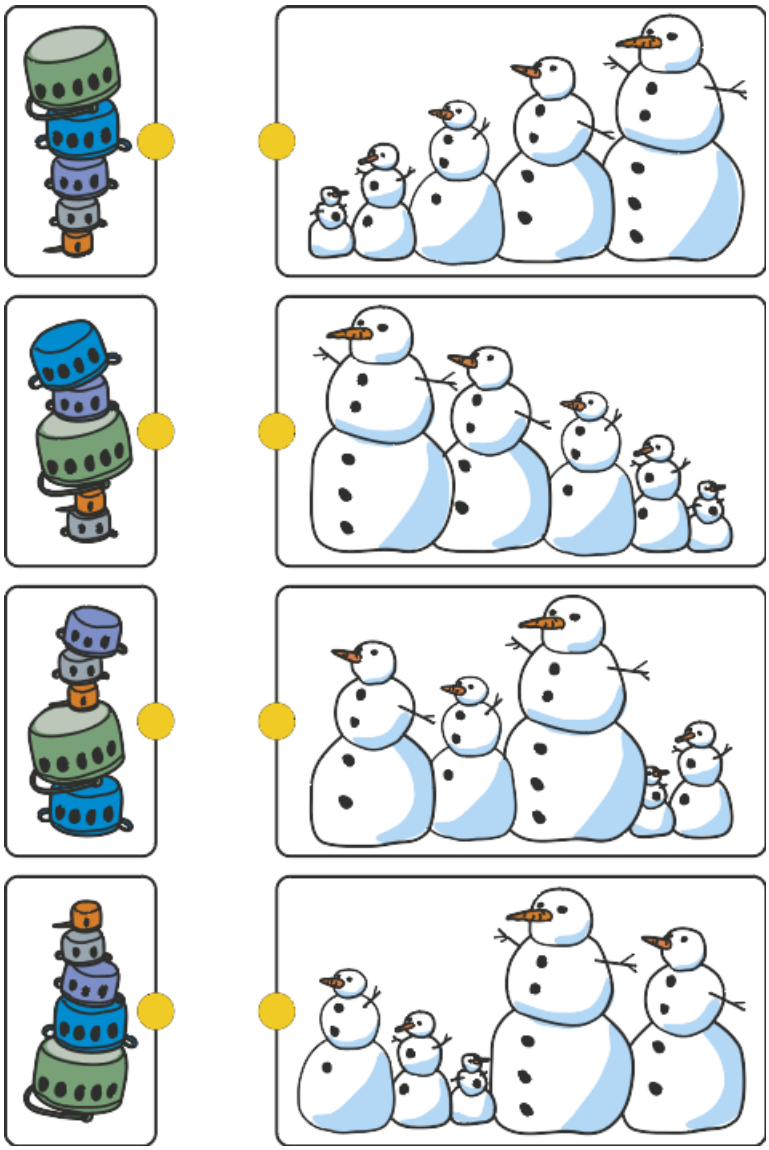
Iskanje najkrajše poti je pogosta naloga. Najkrajših poti ne iščejo le navigacijske naprave: tudi številne druge naloge, ki s potovanji na prvi pogled nimajo nobene povezave, je mogoče preobrniti tako, da jih rešimo z iskanjem najkrajše poti na nekakšnem zemljevidu.

Snežaki in klobuki

3. – 5. razred

V vrsti stoji pet snežakov, ki potrebujejo še klobuke. V vrsto so postavljeni od leve proti desni. Klobuki morajo biti, še preden pridejo snežaki do njih, zloženi na kup in urejeni po velikosti tako, da bo vsak snežak svoj klobuk vzel z vrha kupa.

Kateri kup klobukov pripada kateri vrsti snežakov? Poveži.



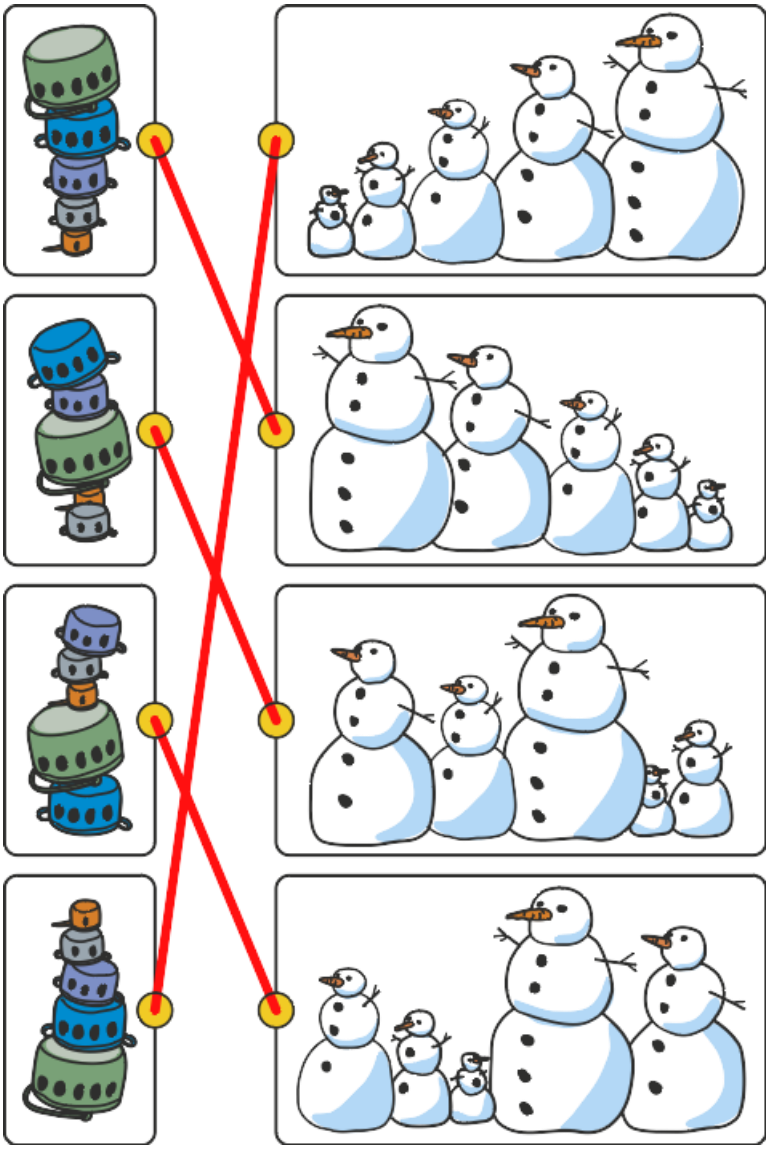
Rešitev

Prva vrsta snežakov je urejena od najmanjšega do največjega, zato mora biti na vrhu kupa najmanjši klobuk, potem pa se klobuki večajo vse do največjega na dnu kupa.

Druga vrsta snežakov je urejena od največjega do najmanjšega, zato morajo biti klobuki zloženi na kup od najmanjšega na dnu kupa do največjega na vrhu.

Tretja vrsta snežakov potrebuje od dna do vrha kupa naslednji vrstni red velikosti: drugi najmanjši klobuk, najmanjši klobuk, največji klobuk, srednje velik klobuk, drugi največji klobuk.

Četrta vrsta snežakov na dnu kupa klobukov potrebuje drugi največji klobuk, nato največjega, najmanjšega, drugega najmanjšega in na vrhu kupa srednje velik klobuk.



Računalniško ozadje

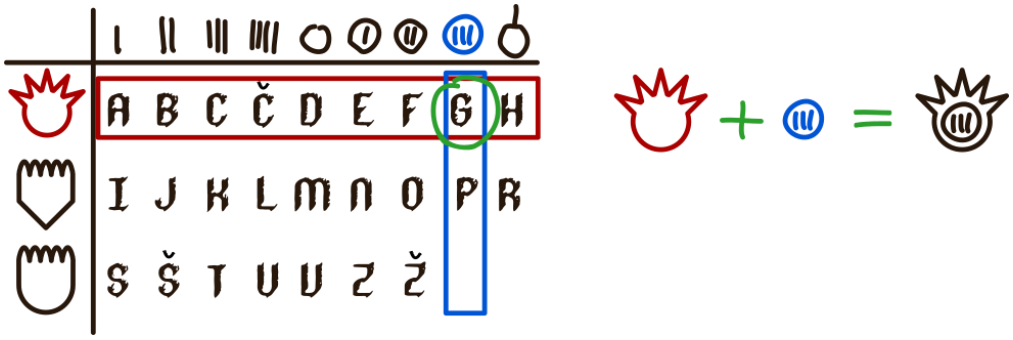
Klobuki so zloženi tako, da vsak snežak, ko pride na vrsto, vzame s kupa prvi klobuk. Zadnji klobuk, ki je bil položen na kup, je tako namenjen prvemu snežaku, predzadnji drugemu … V računalništvu za shranjevanje podatkov, za katere velja, da bomo zadnje shranjen podatek potrebovali najprej, nato predzadnjega in tako dlje, uporabljamo *sklad*.

Starobobrsko šifriranje

3. – 5. razred

Bobrka Berta je globoko v gozdu odkrila starodavno drevo. Ko si ga je ogledala pobližje, je v deblu zagledala skrivnostno tabelo. Berta je prepričana, da je to šifrirna tabela, ki izvira iz časov, ko so tu prebivali starodavni Bobri.

Kmalu je ugotovila, kako se šifrirno tabelo uporablja. Novi znaki so kombinacija simbolov glede na stolpec in vrstico. Na primer: črko G zakodiramo po spodnjem postopku:



Na robu gozda so zapisani ravno taki znaki! Berta pride bližje in vidi:

Kaj piše na robu gozda? BOBERMEST, VASBOBROV, BOBERGRAD ali BOBROVRAJ?

Rešitev

Na robu gozda piše »BOBERGRAD«. Nalogo lahko rešimo tako, da dešifriramo vsak znak posebej, lahko pa si pomagamo s trikom, da preverimo znak, ki se v vseh besedah razlikuje, na primer zadnji znak. Dešifriramo torej zadnji znak in dobimo »D«. Torej je pravilni odgovor »BOBERGRAD«.

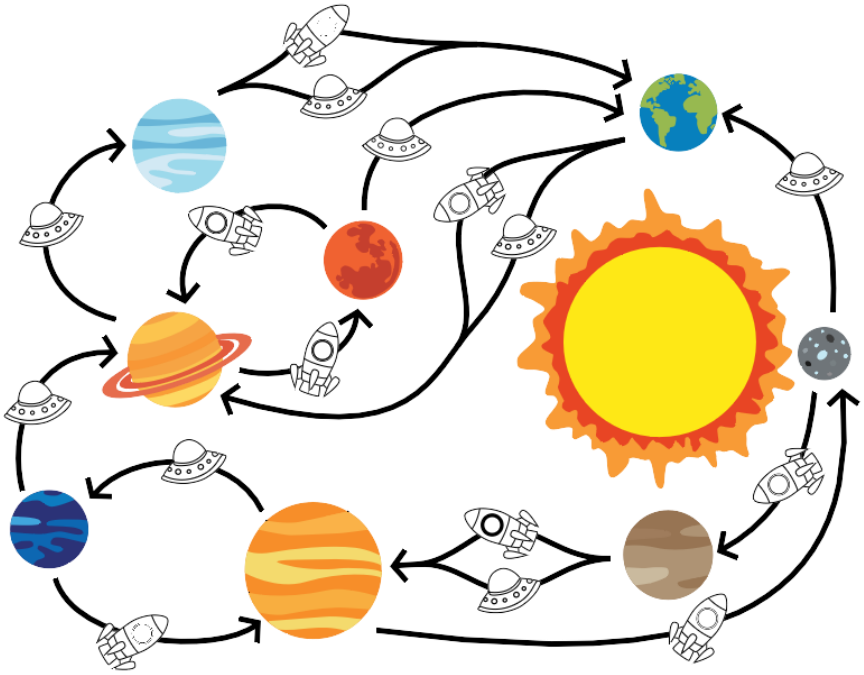
Računalniško ozadje

Kriptografija je pomembna veja računalništva. Danes za šifriranje sporočil seveda uporabljamo veliko bolj zapletene postopke.

Potep po vesolju

3. – 9. razred

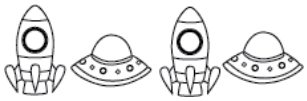
Astronavti lahko med planeti potujejo z raketo  ali z vesoljsko ladjo  , kot je prikazano na zemljevidu.



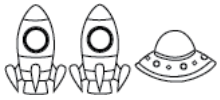
Če želi astronavt z Venere  priti na Saturn  , lahko to naredi tako, da najprej poleti na Jupiter  - lahko izbere, ali bo tja letel z raketo ali vesoljsko ladjo, nato z vesoljsko ladjo poleti na Neptun  in na koncu z vesoljsko ladjo poleti na Saturn. Če astronavt izbere, da bo najprej letel z raketo, nato pa dvakrat z vesoljsko ladjo, to krajše zapiše tako:

Astronavt Tine je obtičal na planetu Neptun  in se želi vrniti na Zemljo  . Z Vesoljske potovalne agencije so mu poslali štiri predloge potovanja. Kateri od predlogov Tineta ne bo pripeljal na Zemljo?

A 

B 

C 

D 

Rešitev

Če bo Tine najprej letel z raketo, nato z vesoljsko ladjo, ponovno z raketo in na koncu z vesoljsko ladjo, bo najprej pristal na Jupitru, potem se bo vrnil na Neptun, poletel na Jupiter in končal na Neptunu, zato ga odgovor B ne pripelje na Zemljo.

Če najprej dvakrat potuje z vesoljsko ladjo in na koncu z raketo, bo najprej pristal na Saturnu, nato na Uranu in končno na Zemlji. Odgovor A Tinete pripelje na Zemljo.

Če najprej potuje z raketo, nato trikrat z vesoljsko ladjo in na koncu še enkrat z raketo, bo najprej odletel na Jupiter, od tam na Neptun, Saturn, Uran in na Zemljo. Odgovor C Tineta pripelje na Zemljo.

Če Tine najprej dvakrat potuje z raketo, na koncu pa z vesoljsko ladjo, potem najprej odleti na Jupiter, od tam na Merkur in na koncu pristane na Zemlji, zato ga tudi odgovor D pripelje na Zemljo.

Računalniško ozadje

Računalniške postopke pogosto zapišemo na podoben način. Rečemu mu *končni avtomat*. Avtomat je v začetku v nekem stanju, potem pa glede na, recimo, to kar vnaša uporabnik, prehaja v druga stanja, tako kot se astronavt tule vozi s planeta na planet.

Vremenska napoved

4. – 5. razred

Bobri vremenarji napoved sporočajo z vrha gore z majhnimi in velikimi dimnimi oblaki s kodami:

			
NEVIHTA	DEŽ	OBLAČNO	SONČNO

Nekega dne bobri vidijo spodnjo napoved:

Nekaj je šlo narobe. Ali so en majhen oblaček zamenjali za velikega, ali pa so enega velikega zamenjali za majhnega.

Kakšna je bila v resnici vremenska napoved?

Rešitev

Ker vemo, da so zamenjali zgolj en oblak, je edina možna rešitev, da je bilo napovedano oblačno vreme.

Računalniško ozadje

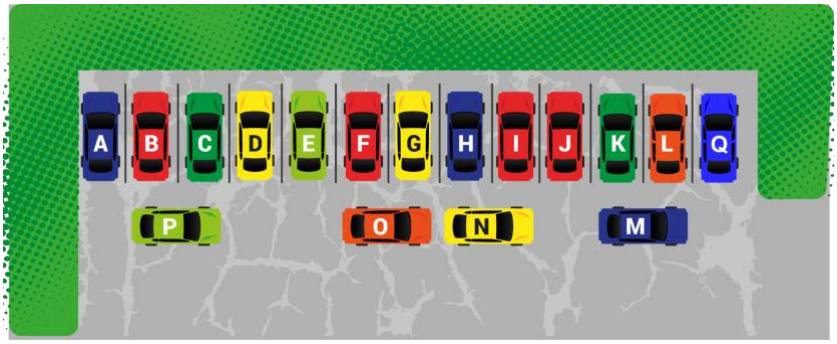
Pri prenosu podatkov uporabljamo tehnike, ki omogočajo, da zna prejemnik popraviti manjše napake ob prenosu ali manjkajoče podatke, ne da bi bilo potrebno ponovno pošiljanje sporočila ali dela sporočila.

Parkirišče

4. – 5. razred

Na parkirišču lahko avti parkirajo na parkirne prostore ali pred parkirane prostore, kot kaže spodnja slika. Avte, ki so parkirani pred parkirnimi prostori, lahko previdno potisnemo naprej ali nazaj, če so zaparkirali avto, ki želi zapustiti svoj parkirni prostor.

Na primer, na sliki avto A ni zaparkiran in lahko zapusti parkirni prostor. Avto M je zaparkiral avto L, zato moramo najprej umakniti avto M, da lahko avto L zapusti svoj parkirni prostor.



En od avtov je zaparkiran tako, da moramo najprej premakniti dva druga avtomobila, da ta lahko odpelje s svojega parkirnega prostora. Kateri?

Rešitev

Avto N je zaparkiral avto I. Vendar avta N ne moremo preprosto premakniti tako, da bi lahko avto I odpeljal. Za to moramo najprej premakniti še bodisi avto O ali avto M.

Vsi ostali avtomobili lahko odpeljejo že, če premaknemo le avtomobil, ki jih je zaparkiral.

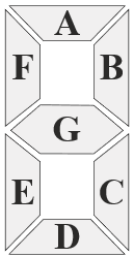
Računalniško ozadje

V nalogi iščemo pot od trenutnega stanja do nekega želenega stanja. Vzemimo to sliko. Razmislimo o vseh možnih potezah, ki jih lahko naredimo; narišimo ustrezne slike in jih s puščicami povežimo s to sliko. Nato za vsako od dobljenih slik naredimo isto: premislimo vse možne poteze, narišemo slike, do katerih bi poteze pripeljale in jih povežemo s puščicami. In tako naprej. Ko bi naleteli na želeno stanje (avtomobili bi lahko odpeljali), preverimo zaporedje puščic, ki nas pripelje do tja.

Zapleteno? Si sam nalogo reševal(a) preprosteje? Seveda, saj hitro vidiš, kaj je potrebno premakniti, da sprostiš avtomobile. Računalnik pa tega ne vidi, zato se mora naloge ločiti počasneje in sistematično.

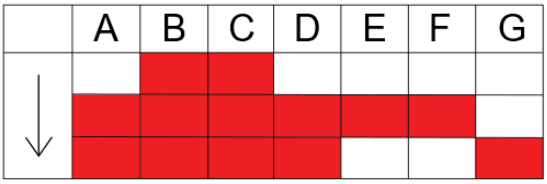
Digitalna števila

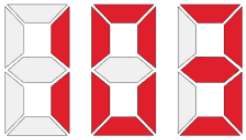
4. – 7. razred



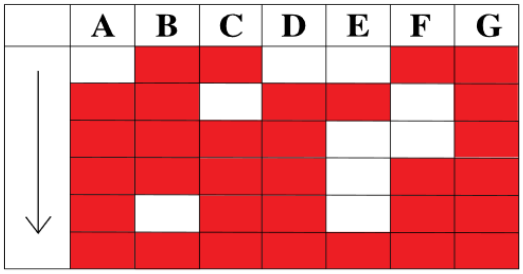
Katarina se je na računalniški delavnici naučila upravljati LED-diode. Sedaj bi rada za predstavitev števk uporabila 7-segmentni zaslon. Ta je sestavljen iz 7 črtic oziroma LED-diod, ki jih označimo s črkami, kot kaže slika na levi.

Če želi prižgati določeno LED-diodo (črtico), mora to ustrezno označiti v tabeli. Spodaj vidimo primer za številko 103.



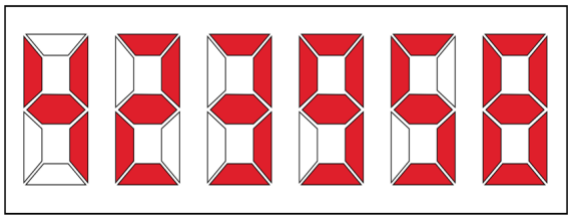


Katero šestmestno število se bo izpisalo, če Katarina uporabi spodnjo tabelo?



Rešitev

Rešitev je 423958.



Računalniško ozadje

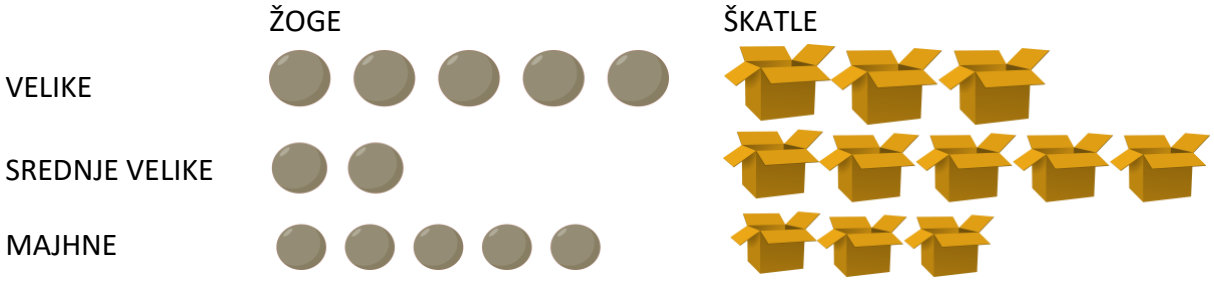
Na podoben način v resnici zapisujemo števila, izpisana na tovrstnih zaslonih.

Pospravljanje žog

4. – 7. razred

Imamo 5 velikih, 2 srednje veliki in 5 majhnih žog. Poleg tega imamo na voljo 3 velike, 5 srednje velikih in 3 majhne škatle, kamor žoge lahko pospravimo.

Vsako žogo lahko pospravimo v enako veliko ali večjo škatlo. V vsako škatlo gre samo ena žoga, ne glede na velikost.



Koliko žog lahko pospravimo v škatle?

Rešitev

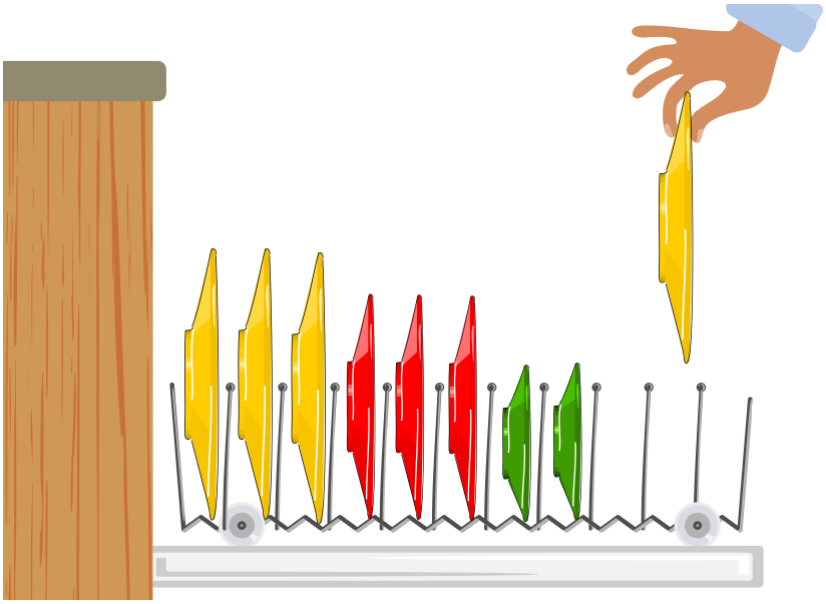
V škatle lahko pospravimo 10 žog. Ker imamo 5 velikih žog in samo 3 velike škatle, dveh velikih žog zagotovo ne bomo pospravili. Obe srednje veliki žogi lahko pospravimo v srednje veliki škatli. Ostanejo nam 3 srednje velike škatle in 3 majhne škatle, zato lahko pospravimo vseh 5 majhnih žog. Skupaj torej lahko pospravimo 10 žog.

Računalniško ozadje

Naloga predstavlja primer *optimizacijskega problema*, kjer moramo v okviru določenih omejitev poiskati najboljšo možno rešitev.

Krožniki

4. – 7. razred, srednja šola



Uroš zlaga krožnike v pomivalni stroj tako, da so levo veliki krožniki, na sredini običajni krožniki in na desni majhni krožniki. Med krožniki ni več prostih mest. Po večerji mora Uroš v pomivalni stroj pospraviti en velik krožnik. Ohraniti želi red, pri tem pa se želi dotakniti čim manjšega števila krožnikov.

Koliko krožnikov, ki so že v pomivalnem stroju, mora premakniti, da bo lahko velik krožnik postavil na pravo mesto?

Rešitev

Dva. Najprej mora premakniti skrajno levi zelen krožnik na prvo desno prazno mesto, nato mora na izpraznjeno mesto premakniti skrajno levi rdeč krožnik. Na to izpraznjeno mesto nato postavi rumen krožnik.

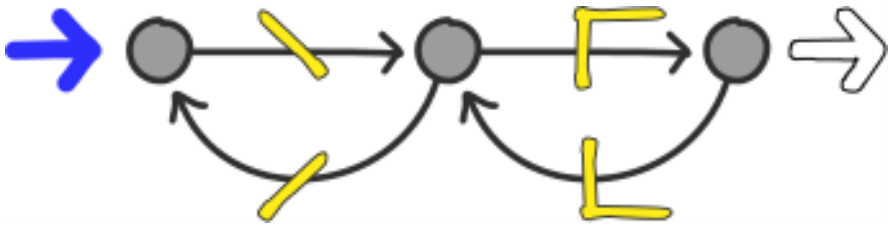
Računalniško ozadje

Na prvi pogled je potrebno premakniti pet krožnikov, a z nekaj zvitosti sta zadoščala dva. Podobne trike včasih uporabljamo, ko premikamo podatke po računalnikovem pomnilniku.

Šivanje

4. – 9. razred

Šivalni stroj lahko naredi štiri različne šive. Pravila, kako si lahko sledijo različni šivi, prikazuje spodnji diagram (rumene črtice so šivi).



Stroj s šivanjem začne v točki, na katero kaže modra puščica na levi. Premika se iz kroga v krog po puščicah in naredi tak šiv, kot je prikazan na puščici. Če sta iz kroga na voljo dve puščici, lahko stroj izbere katero koli. Stroj konča s šivanjem linije tako, da sledi beli puščici na desni.

Katere linije šivov ni naredil stroj, ki sledi zgornjim navodilom?

A) 

B) 

C) 

D) 

Rešitev

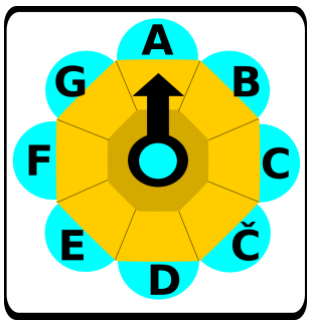
Stroj ni naredil linije C, saj šivu  ne more slediti šiv  , ampak le  .

Računalniško ozadje

Podobno kot v nalogi Potep po vesolju, tudi tu za *končni avtomat*. Avtomat je v začetku v nekem stanju, potem pa v okviru določenih omejitev prehaja v druga stanja. Naloga je zahtevala, da opazimo, da določen prehod ni možen.

Sef

4. – 9. razred



Kuharski mojster Karlo ima sef, kamor skriva svoje vrhunske kuharske recepte. Ta sef se odklepa z okroglo ključavnico, ki ima na sredini kazalec. V vsakem trenutku ta kazalec kaže na eno črko.

Da odklene sef, mora Karlo črkovati skrivno kodo z uporabo kazalca, ki ga izmenično vrtimo v smeri urinega kazalca in obratno. V navodilih za odklepanje uporabljamo znake, v katerih najprej povemo, za koliko polj obrnemo ključavnico, nato pa še v katero smer. Tako na primer 1↻ pomeni, da ključavnico obrnemo za eno polje v smeri urinega kazalca, 2↺ pa pomeni, da ključavnico zavrtimo za dve polji v nasprotni smeri urinega kazalca.

Skrivna koda za odklepanje sefa je CGDEAČ. Po katerem od spodnjih navodil bo sef odklenjen?

A) 2↻3↺4↺3↺3↻3↻

B) 2↻5↻5↻1↻3↻3↻

C) 2↻3↺5↻7↺3↻5↺

D) 2↻1↺4↻3↺3↻4↺

Rešitev

Pravilen odgovor je zaporedje C.

Zaporedji A in B ne upoštevata navodila, da mora biti vrtenje izmenjujoče. Zaporedje D ni pravilno, saj predvideva, da se po vsakem obračanju kazalec postavi nazaj na črko A.

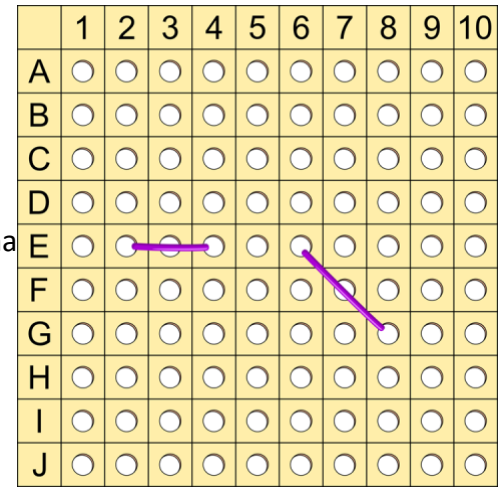
Računalniško ozadje

Računalniško ozadje je tule menda očitno: določanje ali sledenje navodilom ni nič drugega kot programiranje ali izvajanje programov.

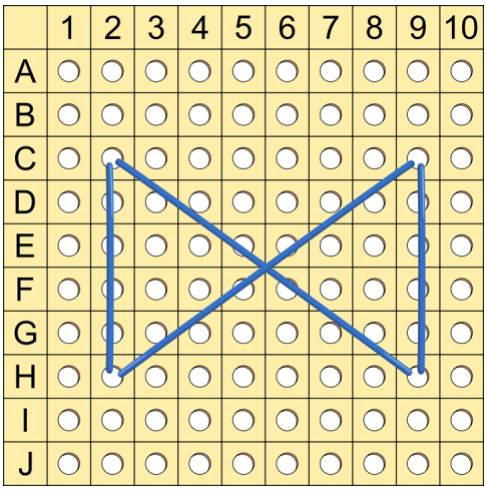
Strojno vezenje

državno, 6. – 7. razred

Bober želi narediti vezani vzorec z uporabo programa vezenja in stroja, ki bo uporabil ta program. Program je sestavljen iz ukazov V(ab)-N(cd). V(ab) pomeni, da iz zadnje strani mreže potisne iglo z volno naprej v poziciji ab, N(cd) pa, da potisne iglo spet nazaj na zadnjo stran v poziciji cd. Z ukazoma V(E6)-N(G8) in V(E2)-N(E4) stroj napravi vzorec na desni sliki.



S katerimi ukazi lahko pridemo do vzorca na spodnji sliki?



A. V(H2)-N(C2); V(H9)-N(C9); V(C9)-N(C2); V(H9)-N(C2)
B. V(C2)-N(H9); V(H2)-N(C9); V(C2)-N(H2); V(C9)-N(H9)
C. V(H9)-N(C9); V(H9)-N(H2); V(C2)-N(H2); V(C9)-N(H2)
D. V(C2)-N(C9); V(H2)-N(H9); V(C2)-N(H2); V(C9)-N(H9)

Rešitev

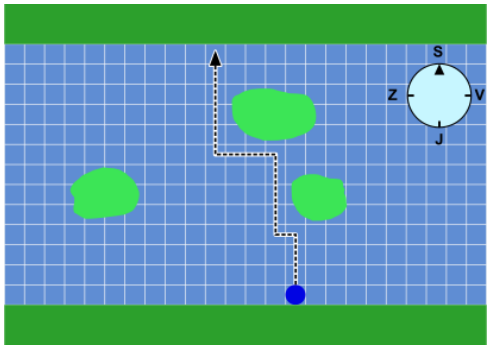
Vzorec lahko dobimo s programom B. Ostali programi narišejo druge vzorce.

Računalniško ozadje

V nalogi je bilo potrebno razumeti programe, zapisane v preprostem programskem jeziku.

Otok – past

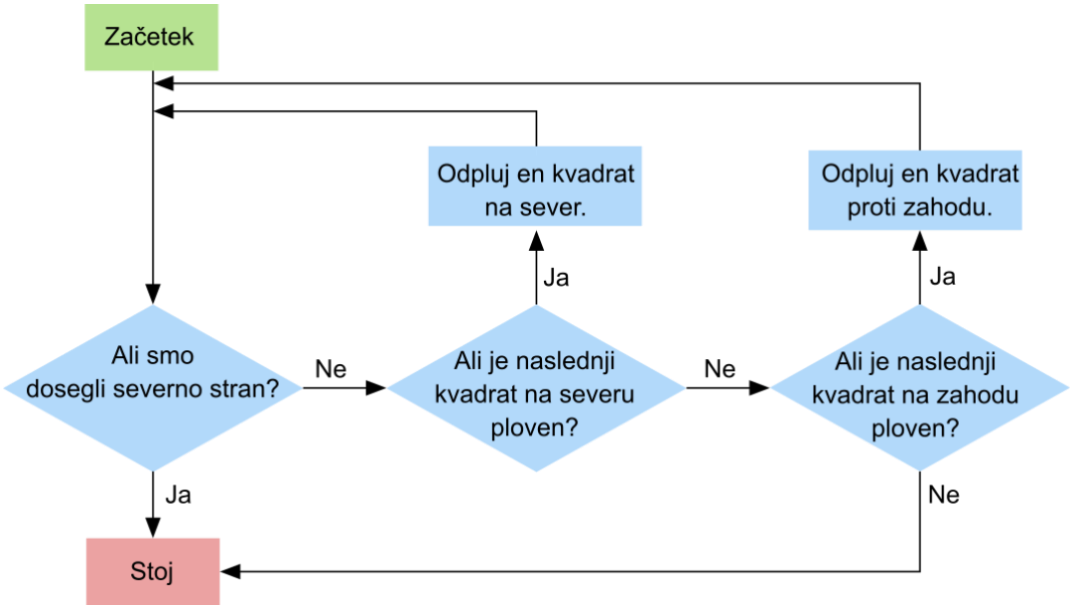
državno, 6. – 7. razred



Avtomatska ladja pluje z južnega dela morskega zaliva na severni. Če pripluje do otoka, ga obpluje.

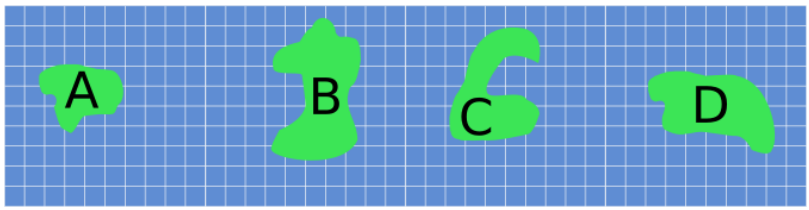
Ladja pluje po kvadratkih na zemljevidu. Dva kvadrata sta sosednja, če imata skupno stranico. Ladja lahko pluje le po kvadratkih, ki so v celoti prekriti z morjem.

Navodila za plovbo so zapisana z diagramom:



Pirati včasih za avtomatske ladje nastavijo past. To naredijo z otokom, v katerega se lahko ladja zatakne tako, da po gornjem postopku ne more doseči severnega brega.

Kateri izmed spodnjih otokov bi lahko bil piratska past?



Rešitev

Piratska past bi lahko bil otok A. Če ladja na jugu začne pluti v 5. stolpcu, pride do otoka v 7. vrstici (na sever prepluje 3 kvadratke). Od tam ne more niti naravnost (proti severu), niti levo (proti zahodu), zato se ladja pri otoku ustavi in tako postane tarča piratov.

Pri vseh ostalih otokih gre lahko ladja, ko pride do otoka na severu, proti zahodu.

Računalniško ozadje

Ladja išče pot na sever tako, da vedno rine le proti severu in se nikoli ne obrne nazaj; kadar ne more na sever, gre vedno proti zahodu in nikoli nazaj. To očitno lahko pripelje v slepo ulico, saj si je zelo lahko zamisliti takšen kanal med otoki, da bi morala ladja v vsakem primeru nekaj časa voziti celo proti jugu.

Algoritmi za iskanje rešitve morajo zato pogosto narediti tudi korak nazaj (*backtracking*) in preveriti različne možne korake.

Starobobrsko šifriranje

6. – 9. razred

Bobrka Berta je globoko v gozdu odkrila starodavno drevo. Ko si ga je ogledala pobližje, je v deblu zagledala skrivnostno tabelo. Prepričana je, da je to šifrirna tabela, ki izvira iz časov, ko so tu prebivali starodavni Bobri.

Spomnila se je, da je na robu gozda videla nekaj podobnega. Stekla je tja in na enem od dreves videla spodnji zapis:

Kaj piše na drevesu? BOBERMEST, VASBOBROV, BOBERGRAD ali BOBROVRAJ?

Rešitev

Na robu gozda piše »BOBERGRAD«. Najprej moramo premisliti, kako šifrirno tabelo uporabimo. Ko ugotovimo, da je znak sestavljen iz ustreznih znakov po stolpcu in vrstici, lahko rešimo nalogo tako, da dešifriramo vsak znak posebej, lahko pa si pomagamo s trikom, da dešifriramo samo znak, ki je v vseh možnih odgovorih različen, npr. zadnji znak. Ta je »D«, tako da lahko takoj ugotovimo, da je pravilen odgovor »BOBERGRAD«.

Računalniško ozadje

Kriptografija je pomembna veja računalništva. Danes za šifriranje sporočil seveda uporabljamo veliko bolj zapletene postopke.

Kateri jezik?

6. – 9. razred

Raziskovalci so na steni jame našli zapisane starodavne besede:

paqrooob *puue* *t'seqrub* *meoub* *lai'laiqy*

Za ugotavljanje, v katerem jeziku so zapisane besede, uporabljajo raziskovalci naslednji sistem:

- Vsaki besedi dodelijo na začetku 10 točk.
- Nato pa točke prilagodijo glede na pravila v tabeli.

se začne s črko p	- 2
se konča s črko b	- 2
ima več kot 6 znakov	+ 3
črki q takoj sledi črka r ali y	- 4
ima tri zaporedne samoglasnike (a, e, i, o, u)	+ 5
vsebuje opuščaj (')	+ 1

Če je končni rezultat 10 točk ali več, je to beseda jezika Bobrovcev, sicer pa beseda Vidrovcev. Tako bi sistem besedi *palliob* dodelil 10 - 2 - 2 + 3 = 9 točk in jo označil kot besedo Vidrovcev.

Katere besede, najdene v jami, bo ta sistem označil kot besede iz jezika Vidrovcev?

Rešitev

Točke, ki jih dodeli sistem posamezni besedi, smo zapisali v tabeli:

beseda	**točke**	**jezik**
paqrooob	10 - 2 - 2 + 3 - 4 + 5 = 10	Bobrovcev
puue	10 - 2 + 5 = 13	Bobrovcev
t'seqrub	10 - 2 + 3 - 4 + 1 = 8	Vidrovcev
meoub	10 - 2 + 5 = 13	Bobrovcev
lai'laiqy	10 + 3 - 4 + 1 = 10	Bobrovcev

Vidimo, da je le ena beseda (*t'seqrub*) prepoznana kot jezik Vidrovcev.

Računalniško ozadje

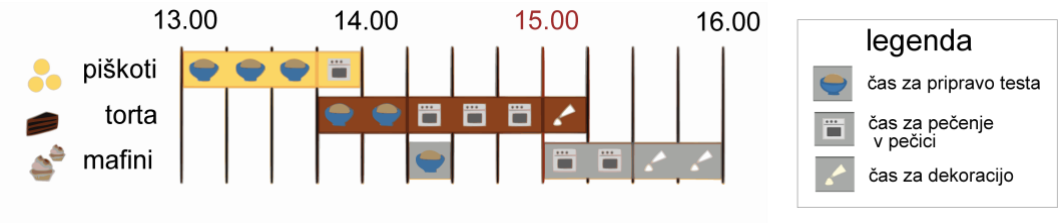
Takšnemu problemu rečemo klasifikacijski problem in sodi na področje umetne inteligence. Če se odločanja lotimo tako, da za vsako lastnost dobimo določeno število točk, ki jih seštevamo, smo sestavili *linearni klasifikacijski model*. Zveni zelo učeno, vendar ni zelo drugačno od tega, kar si počel v tej nalogi. Na podoben način računalniki prepoznavajo neželeno pošto, pa tudi prepoznavanje fotografij in prstnih odtisov ni zelo drugačno od tega.

Sladice

6. – 9. razred

Pia in Tomaž sta povabljena na kosilo, ki se začne ob 15.00. Rada bi prinesla sveže pečene sladice: piškote, torto in mafine. Ob 13.00 se lotita priprave in v kuharski knjigi najdeta naslednje čase priprave:

Delo razdelita na tri korake: Pia pripravlja testo, ga da v pečico in ko je sladica pečena, jo Tomaž še dekorira. V pečici je prostora le za eno vrsto peciva naenkrat. Pia in Tomaž lahko naenkrat pripravljata le eno vrsto sladice. S pripravo sta začela ob 13.00 in bi želela zaključiti do 15.00, da bosta še pravočasno prišla na kosilo. Tako sta naredila naslednji urnik:



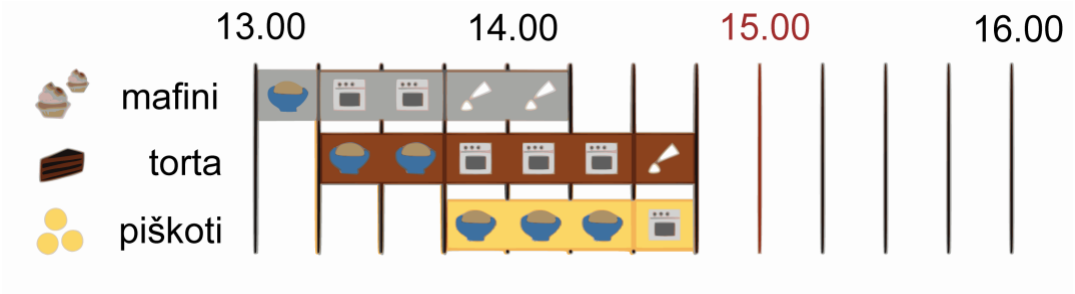
Oba sta bila neprijetno presenečena nad zahtevanim časom priprave, saj bi želela zaključiti do 15. ure. Tako sta dobila idejo, da bi vrstni red priprave sladic nekoliko spremenila in poiskala optimalen urnik.

Katera je najbolj zgodnja ura, do katere bodo vse tri sladice lahko pripravljene?

Rešitev

Pravilen odgovor je: do 14.45.

Če najprej pripravita mafine, nato torto in na koncu še piškote, lahko zaključita do 14.45:



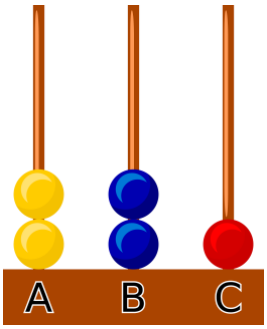
Z zgornjim urnikom torej Pia in Tomaž zaključita s peko še pred začetkom kosila. Z nekaj razmisleka lahko ugotovimo, da je to tudi najbolj optimalen urnik. Za pripravo vsega testa potrebujemo skupaj uro in pol (do 14.30), ne glede na vrstni red priprave. Če kot zadnje naredimo torto ali mafine, potrebujemo še najmanj eno uro za peko in dekoracijo (torej do 15.30). Le piškoti so lahko pripravljeni v naslednjih četrt ure (skupaj torej do 14.45).

Računalniško ozadje

Problem, ki ga rešujemo v teh nalogi, imenujemo *problem razvrščanja opravil* in spada med klasične računalniške probleme.

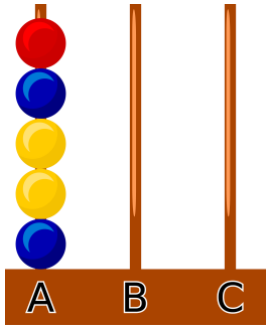
Kroglice

6. – 9. razred



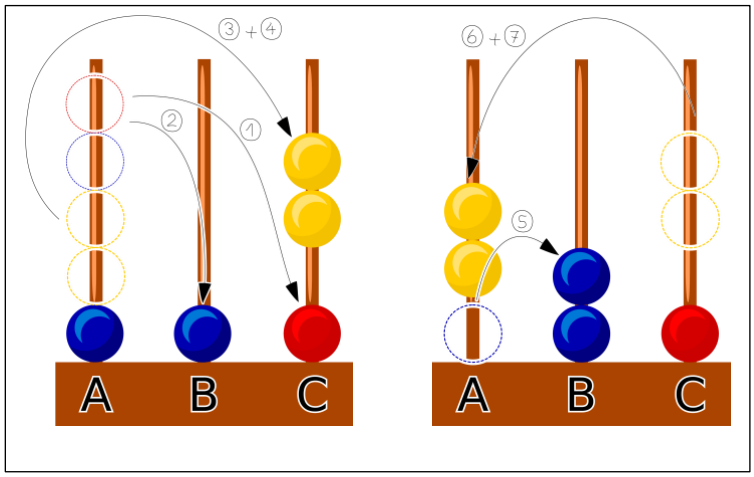
Na treh palčkah A, B in C imamo razporejene kroglice v treh barvah, kot kaže leva slika. Posamezno kroglico lahko prestavimo z ene palčke na drugo; tak premik obravnavamo kot en korak.

Najmanj koliko korakov potrebujemo, da kroglice preuredimo, kot so na spodnji sliki?



Rešitev

Končna ureditev kroglic ima modro kroglico na dnu, torej moramo najprej prestaviti obe rumeni kroglici iz A na C (če ju prestavimo na B, ne moremo prestaviti modrih kroglic). Za to potrebujemo dva koraka. Nato lahko kroglice premaknemo na A v ustreznem vrstnem redu: modro, rumeno, rumeno, modro in rdečo. Za to potrebujemo pet korakov. Skupaj imamo torej 7 korakov.



Rešitev lahko poiščemo tudi na drug način: korake naredimo v obratnem vrstnem redu. Ker je rdeča kroglica na vrhu, jo v prvem koraku prenesemo na C, kar je tudi njena začetna pozicija. Za to potrebujemo en korak (1). Nato lahko zgornjo modro kroglico prestavimo na B, kar je tudi njena začetna pozicija. Tudi za to potrebujemo en korak (2). Rumeni kroglici sta v začetni poziciji na A, vendar moramo odstraniti modro kroglico, zato obe rumeni kroglici začasno prestavimo na C (če bi ju prestavili na B, ne bi mogli tja prestaviti modre kroglice). Za to potrebujemo dva koraka (3+4). Na koncu pa prestavimo še modro kroglico z A na B (5) ter obe rumeni kroglici vrnemo na A (6+7). To so še dodatni trije koraki. Skupaj imamo tako 7 korakov.

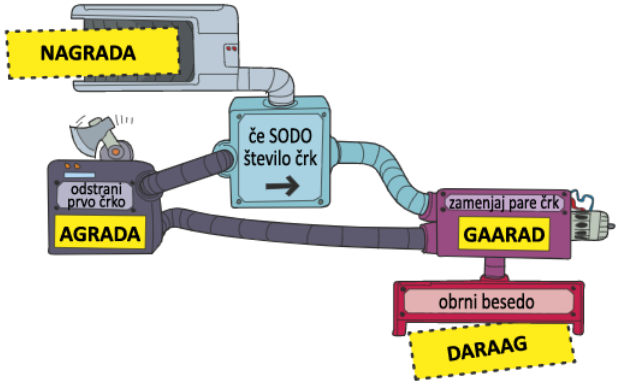
Računalniško ozadje

Gre za nalogo iskanja poti – le da tokrat ne gre za pot iz enega v drugi kraj, kjer se je potrebno na vsakem razpotju odločiti, kam bomo šli, temveč za pot od enega do drugega razporeda kroglic, kjer se moramo na vsakem koraku odločiti, katere kroglico prestaviti. Za programerja je to zelo podoben problem.

Kodiranje besed

6. – 9. razred

Bobri so sestavili stroj, ki kodira besede na naslednji način. Če ima beseda, ki jo podamo stroju, sodo število črk, jo pošlje naprej nespremenjeno, sicer pa odstrani prvo črko besede. Nato zamenja vse pare črk (zamenja prvo in drugo črko, nato tretjo in četrto črko in tako naprej). Na koncu pa stroj besedo še obrne.



Stroj tako besedo NAGRADA zakodira v DARAAG.

Če stroju podamo besedo BOBRČEK, kaj dobimo?

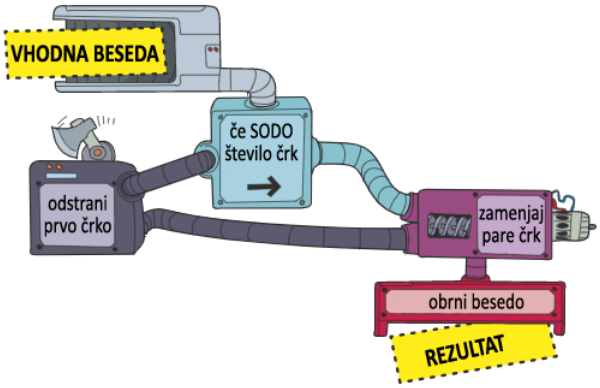
Rešitev

Pravilen odgovor je EKRČOB.

Beseda BOBRČEK ima liho število črk, zato ji najprej odstranimo prvo črko in dobimo OBRČEK. V naslednjem koraku paroma zamenjamo vse črke in dobimo BOČRKE. V zadnjem koraku pa besedo še obrnemo in dobimo EKRČOB.

Računalniško ozadje

Slika v tej nalogi je enostaven diagram poteka, ki prikazuje, kako se beseda spreminja po korakih. Z diagrami poteka opišemo algoritme. Vključujejo lahko odločitve (kot je del stroja »če sodo«) ali pa izvajajo akcije (kot je del stroja »odstrani« ali »zamenjaj«). Omogočajo tudi ponovitve (zanke), kar prikažemo kot prehod nazaj na predhodni del stroja.

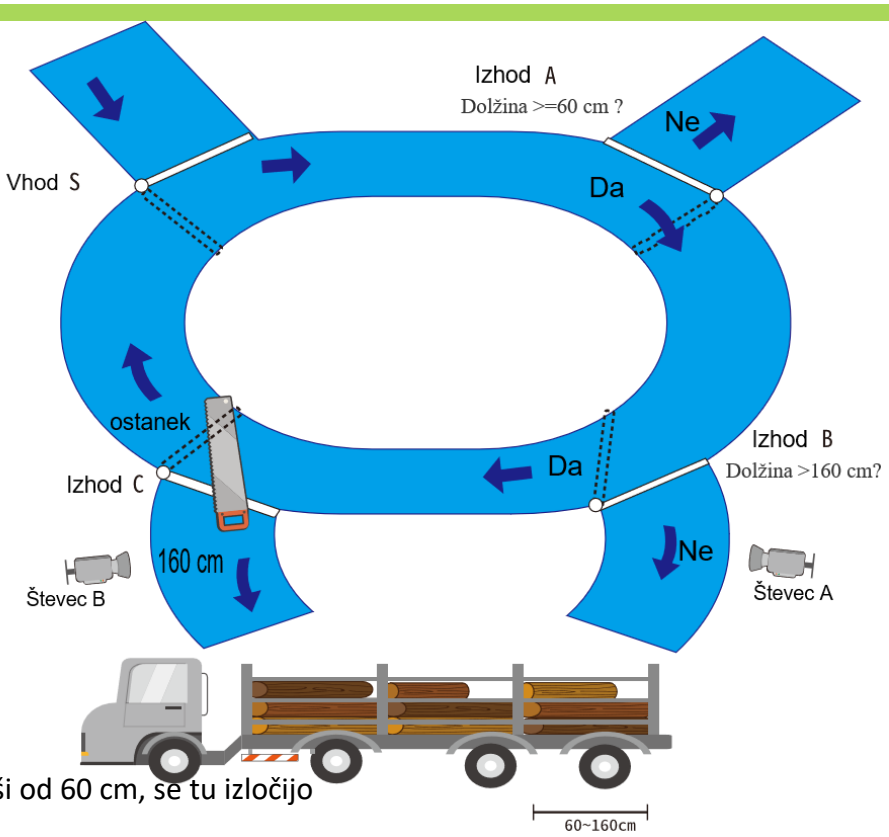


Žaga

državno, 6. – 9. razred

Za izgradnjo brunarice potrebujemo hlode pravih dolžin, za kar poskrbi tovarna. Do tovarne pridejo hlodi različnih dolžin, tam jih razžagajo in na tovornjak zložijo hlode dolžin med 60 cm in 160 cm.

Tovarna ima krožno obliko. Hlodi se premikajo po tekočem traku, ki ima 1 vhod in 3 izhode.



- Vhod S: tu lahko na trak pridejo novi hlodi.
- Izhod A: vsi hlodi, ki so krajši od 60 cm, se tu izločijo in gredo na odpad.
- Izhod B: vsi hlodi, ki so krajši ali enaki 160 cm, se tu izločijo in gredo na tovornjak. Zazna in šteje jih števec A.
- Izhod C: na tem koraku najprej uporabimo žago, ki hlod razžaga na dva dela. Enega dolžine 160 cm, ki ga pošlje na tovornjak, drugega pa pošlje naprej po traku. Hlode, ki jih pošlje na tovornjak, zazna in šteje števec B.

Na trak pošljemo hlode dolžin 60 cm, 140 cm in 360 cm. Koliko bosta na koncu kazala števca A in B?

Rešitev

Števec A: 2, števec B: 2.

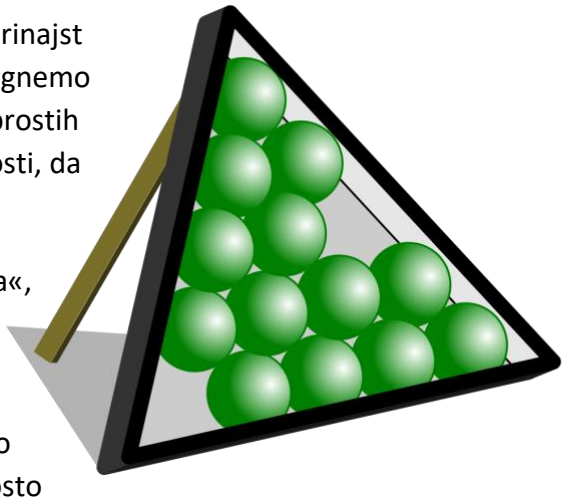
Hloda dolžine 60 cm in 140 cm bosta v prvem krogu na izhodu B poslana na tovornjak, zato jih prešteje števec A. Hlod dolžine 360 cm bo na izhodu C razžagan na dva dela; 160 cm hlod bo šel na tovornjak, 200 cm hlod pa še en krog. Spet bo na izhodu C razžagan, 160 cm hlod bo šel na tovornjak, preostanek 40 cm pa se bo izločil na izhodu A, saj je krajši od 60 cm. Oba 160 cm hloda bo preštel števec B.

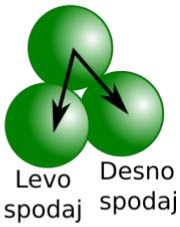
Računalniško ozadje

V nalogi je bilo potrebno slediti izvajanju preprostega programa.

Ogrožene krogle

državno, 6. – 9. razred





V trikotno škatlo smo postavili trinajst krogel, kot kaže slika. Če privzdignemo zgornji kot škatle, bodo zaradi prostih mest nekatere krogle v nevarnosti, da se skotalijo navzdol.

Pravimo, da je krogla »ogrožena«, če velja karkoli od naslednjega:

- Neposredno levo ali desno pod kroglo je vsaj eno prosto mesto.
- Neposredno levo ali desno pod kroglo je vsaj ena »ogrožena« krogla.

Koliko krogel v škatli na sliki **NI** ogroženih?

Rešitev

Osem.

Začnemo v spodnji vrsti in označimo vse krogle v tej vrstici.

1. Nadaljujemo v vrsti nad njo.
2. Označimo vse krogle, ki imajo pod seboj dve označeni žogi.
3. Ponovimo koraka 2 in 3, dokler nam ne zmanjka vrstic.
4. Preštejemo vse označene krogle, saj le te niso ogrožene.

Računalniško ozadje

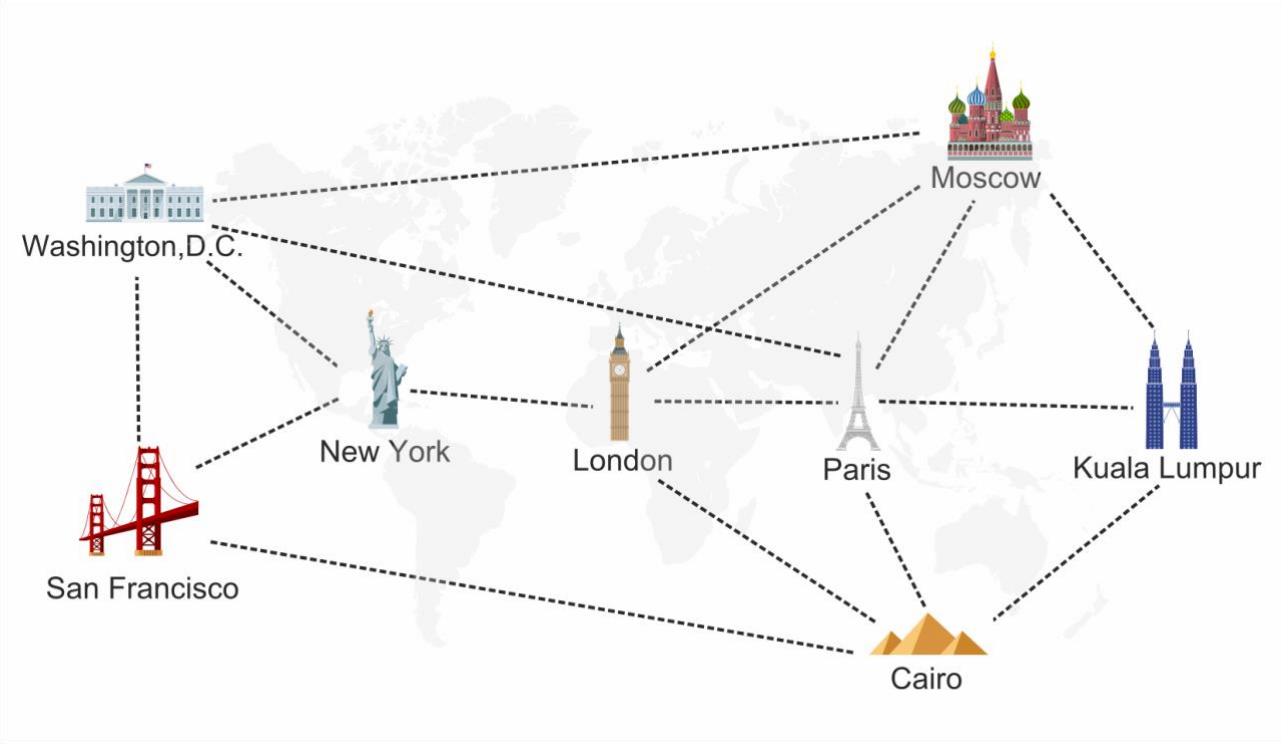
Da preverimo, ali je ogrožena neka krogla, moramo preveriti, ali je ogrožena neka druga krogla. In da preverimo ogroženost druge, moramo preveriti ogroženost tretje ... Takšnim definicijam rečemo *rekurzivne definicije*. Programi, ki temeljijo na rekurzivnih definicijah, navadno zahtevajo *rekurzivne funkcije*, te pa so – brez posebne potrebe – strah in trepet mnogih, ki se učijo programiranje.

V tej rešitvi smo se problema lotili drugače, preprosteje: ogroženost smo preverjali od spodaj navzgor. Takšno rešitev je začetnikom navadno preprosteje sprogramirati, pa tudi za ročno preštevanje je preprostejša.

Okolju prijaznejši poleti

6. – 9. razred, srednja šola

Bebras International Airline s številnimi letalskimi linijami povezuje 8 velikih mest, kot kaže slika.



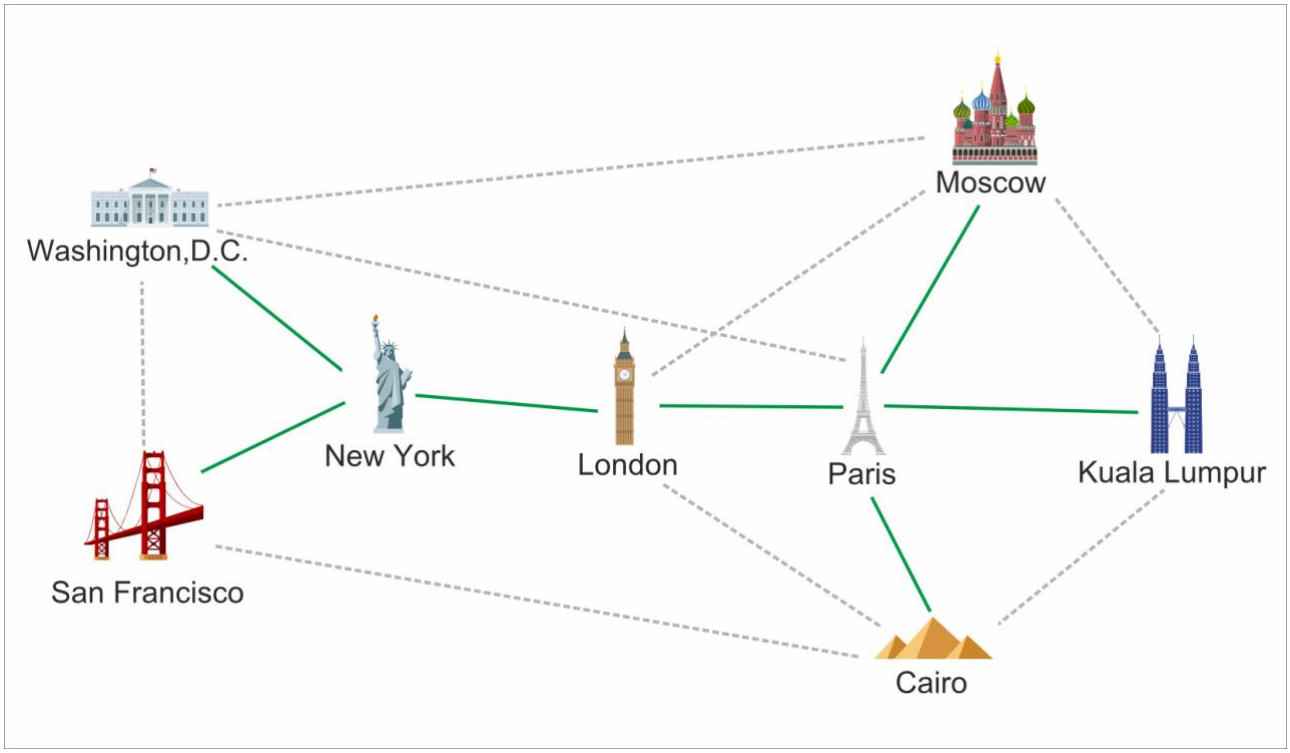
Ker so izpusti CO_2 eden od razlogov za globalno segrevanje, so se odločili, da jih bodo zmanjšali. Odločili so se, da opustijo nekaj letalskih linij, ne da bi pri tem svojim potnikom onemogočili potovanje v katerokoli od teh osmih mest.

Na primer, če bi ukinili direkten let iz San Francisca v Washington D.C., bi potniki lahko iz San Francisca preko New Yorka še vedno prišli v Washington D.C.

Največ koliko letalskih linij lahko ukinejo, da bodo lahko potniki še vedno potovali med temi osmimi mesti?

Rešitev

Ukinejo lahko osem linij. Ena od možnih rešitev je predstavljena na spodnji sliki:



Če opustijo 8 letalskih linij (na sliki označenih s sivo barvo), ostane še 7 letalskih linij (na sliki so označene z zeleno barvo). Če bi izpustili še kakšno linijo, potniki ne bi mogli več leteti med vsem mesti.

Računalniško ozadje

Takemu »zemljevidu«, ki v resnici ni zemljevid, temveč je sestavljen iz točk (letališč) in povezav med njimi, rečemo graf. Na podoben način lahko skiciramo še veliko drugih problemov. Matematiki so si izmislili veliko različnih nalog, povezanih z grafi. Ena od njih je tudi, kako odstraniti čim več povezav tako, da bo graf še vedno povezan. Še več, običajno različnim povezavam pripišejo tudi različno ceno in odstraniti želijo čim dražje povezave. Temu problemu rečejo iskanje minimalnega vpetega drevesa. Za njegovo reševanje obstaja več učinkovitih rešitev.

Prav ta problem – iskanje minimalnega vpetega drevesa – smo reševali tule. Le da zanj nismo uporabljali posebnega postopka, temveč smo ga reševali po zdravi pameti. In tudi z njo prišli do pravilne rešitve.

Razvajeni bobri

6. – 9. razred, srednja šola

Bobri so zelo razvajeni in pogosto tudi izbirčni pri hrani. Tudi Anini prijatelji niso izjema in vsak se zmrduje nad kakšno vrsto dreves. Ana pripravlja zabavo, na kateri želi pogostiti svoje prijatelje, zato želi pripraviti take prigrizke, da jih bodo vsi lahko jedli. Vsak prigrizek bo naredila le iz ene vrste lesa, ne želi pa pripraviti prigrizkov iz vseh šestih vrst lesa.

Ana je na seznam povabljencev pripisala tudi vrsto lesa, nad katero se povabljeni ne zmrduje in jo z veseljem poje.

Ime povabljenca	**Vrsta lesa, ki jo je**
Ana	vrba, hrast, jesen, javor
Borut	vrba, hrast, topol
Ciril	hrast
Darja	jesen, breza
Edin	vrba, javor, breza
Fani	hrast, jesen
Gregor	topol, javor

Najmanj koliko različnih prigrizkov mora pripraviti, da bodo vsi prijatelji lahko na zabavi nekaj pojedli?

Rešitev

Pravilen odgovor je 3.

Ana bo morala narediti prigrizke iz hrasta za Cirila. S temi prigrizki bodo zadovoljni tudi Ana, Borut in Fani. Preostali trije bobri pa nimajo ene skupne vrste lesa. Zato bo morala Ana pripraviti vsaj še dve vrsti prigrizkov: jesen in javor, topol in breza ali pa javor in breza.

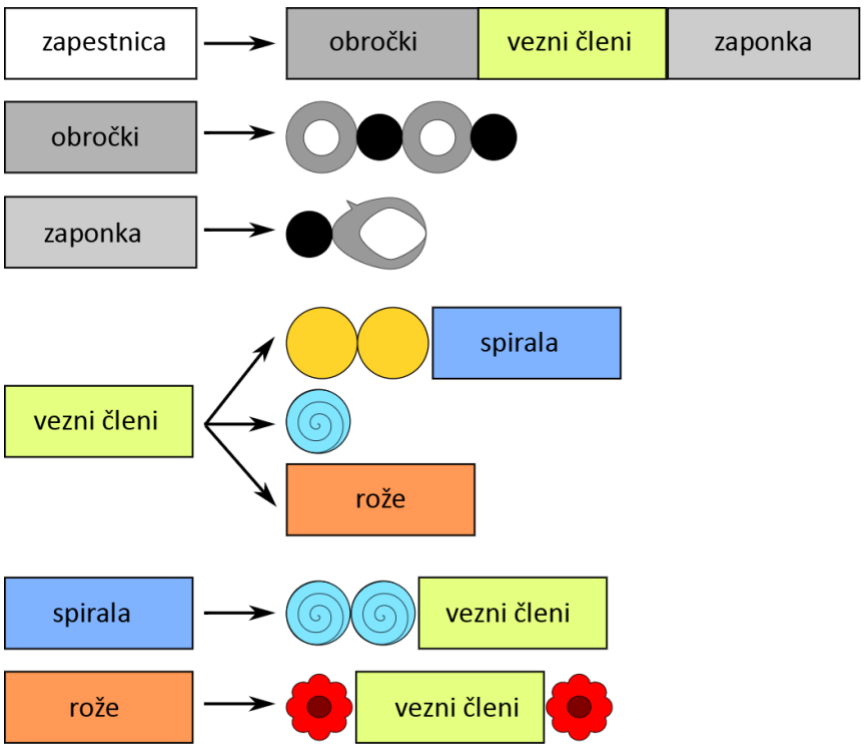
Računalniško ozadje

Če bi narisali na eno stran bobre, na drugo stran različne vrste hrane in potem povezali vsakega bobra s hrano, ki jo mara, bi dobili nekaj, čemur učeno pravimo dvodelni graf. Podobno kot smo v nalogi Okolju prijaznejši poleti reševali problem iskanja minimalnega vpetega drevesa v grafu, tu rešujemo problem, ki sodi v splošnejšo množico problemov *iskanja pokritij*.

Zapestnice

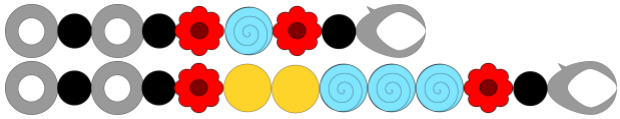
6. – 9. razred, srednja šola

Saša izdeluje zapestnice za svoje prijatelje. Vedno začne z ZAPESTNICA in v nadaljevanju uporabi pravila, ki jih kaže desna slika.



Pravila povejo, da se simbol na levi nadomesti z enim zaporedjem simbolov na desni, na katerega kaže puščica.

Na ta način je Saša že izdelala spodnji dve zapestnici.



Saša je štirim prijateljem izdelala zapestnice z uporabo opisanih pravil. Enemu od prijateljev se je zapestnica strgala in pri popravilu je naredil napako.

Katera od spodnjih zapestnic je z napako?

A. 

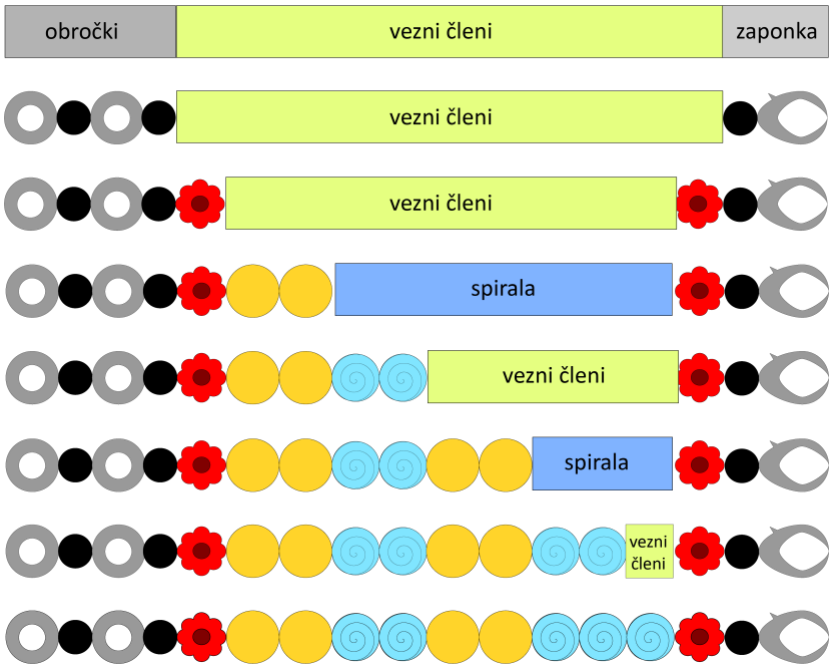
B. 

C. 

D. 

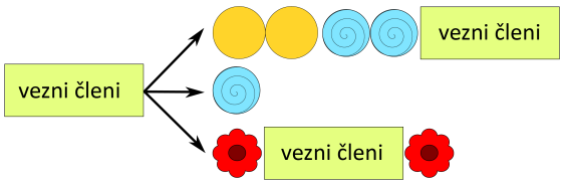
Rešitev

Pravilni odgovor je C. Lažje kot dokazati, da ima zapestnica C napako, je pokazati, da ostale tri zapestnice lahko izdelamo z uporabo podanih pravil. Za D lahko to pokažemo s spodnjo sliko:



Podobnih slik ni težko izdelati tudi za zapestnici A in B.

Pokažimo še, da zapestnice C nikoli ne moremo izdelati po predpisanih pravilih. Poglejmo pravila vezni členi, spirala in rože. Te lahko združimo v novo pravilo, ki ne spremeni zapestnic, ki jih izdelujemo na ta način:



Z drugimi besedami, če ignoriramo rože v parih, je vsaka zapestnica sestavljena iz ponavljajočega vzorca  (lahko se pojavi tudi le enkrat ali pa nikoli), temu pa lahko sledi en sam .

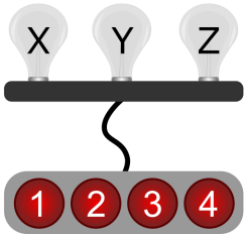
Pri zapestnicah A, B in D jasno vidimo ta vzorec, pri zapestnici C pa ne: v sredini zapestnice so tri svetlo modre spirale, kar pa ni dovoljeno.

Računalniško ozadje

V nalogah Šivanje in Potep po vesolju smo omenili končne avtomate. Tudi tu gre za podobno, le nekoliko bolj zapleteno reč. V nalogi smo srečali *skladovne avtomate* in *produkcijska pravila*. Kaj je to, vedo le tisti, ki so študirali računalništvo ... ali pa lingvistiko, saj se je s tem veliko ukvarjal tudi slavni jezikoslovec Noam Chomsky. Skladovni avtomati so torej pomembni tako za sestavljanje in izvajanje računalniških jezikov, kot za razmišljane o naravnih, človeških jezikih.

Prižgi vse žarnice

6. – 9. razred, srednja šola



Imamo tri žarnice (označene z X, Y in Z), ki so povezane s štirimi gumbi.

- Gumb 1 prižge žarnico Y in ugasne žarnico X.
- Gumb 2 prižge žarnici X in Y ter ugasne žarnico Z.
- Gumb 3 prižge žarnico Z in ugasne žarnico Y.
- Gumb 4 prižge žarnico X.

Če prižgemo žarnico, ki že gori, ta še naprej gori. Podobno velja za ugašanje že ugasnjene žarnice – ta še naprej ostane ugasnjena.

Vse žarnice so ugasnjene in jih želimo vse prižgati. Zato moramo pritisniti gumbe v določenem zaporedju. Želimo pritisniti čim manj gumbov. Katero od spodnjih zaporedij gumbov je najboljše?

A. $2 \to 3 \to 1 \to 4$
B. $3 \to 1 \to 4$
C. $4 \to 1 \to 3$
D. $2 \to 3$

Rešitev

Pravilen odgovor je B: $3 \to 1 \to 4$.

Ko pritisnemo gumb 3, je žarnica X ugasnjena, Y ugasnjena in Z prižgana. Ko pritisnemo gumb 1, je žarnica X ugasnjena, Y prižgana in Z prižgana. Ko pritisnemo gumb 4, je žarnica X prižgana, Y prižgana in Z prižgana.

Ker gumbi 1, 2 in 3 ugasnejo vsaj eno žarnico, to ne morejo biti zadnji pritisnjeni gumbi. Torej moramo nazadnje pritisniti gumb 4. Ker nimamo nobenega gumba, ki bi hkrati prižgal obe žarnici Y in Z (torej tisti dve, ki ju gumb 4 ne prižge), moramo pritisniti še najmanj dva gumba, da prižgemo ti dve žarnici. Torej moramo pritisniti najmanj tri gumbe, da prižgemo vse tri žarnice.

Zaporedje pod odgovorom A tudi prižge vse tri žarnice, a vključuje štiri gumbe, torej ni najkrajše zaporedje. Zaporedji pri odgovorih C in D pa sta napačni, saj se zaključita z gumbom 3, ki ugasne žarnico Y.

Računalniško ozadje

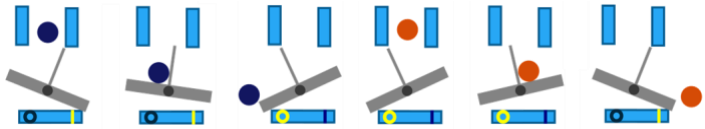
Logično sklepanje, iskanje pravilnega zaporedja ... so čisto računalniške zadeve.

Števec

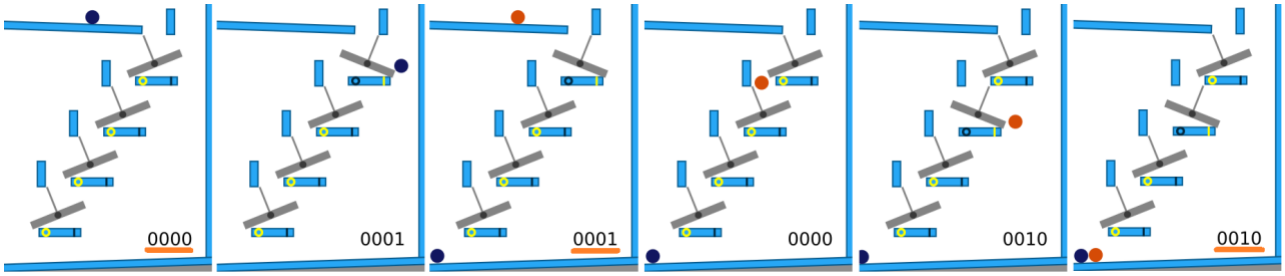
državno, 6. – 9. razred

Imamo stroj s štirimi premikajočimi se palicami. Palica je lahko nagnjena v levo (), kar označimo z 0, ali desno (), kar označimo z 1.

Ko skozi stroj spustimo žogico in ta pristane na palici, se palica nagne, žogica pa se zvali navzdol in pade naprej.



Slika prikazuje stanje stroja, ko padeta dve žogici. Stanje stroja na začetku označimo z 0000, stanje po spustu prve žogice je 0001, po spustu druge pa 0010.



Za tema dvema spustimo skozi stroj še tri žogice. Kako bo videti potem?

Rešitev

Stanje stroja bo 0101.

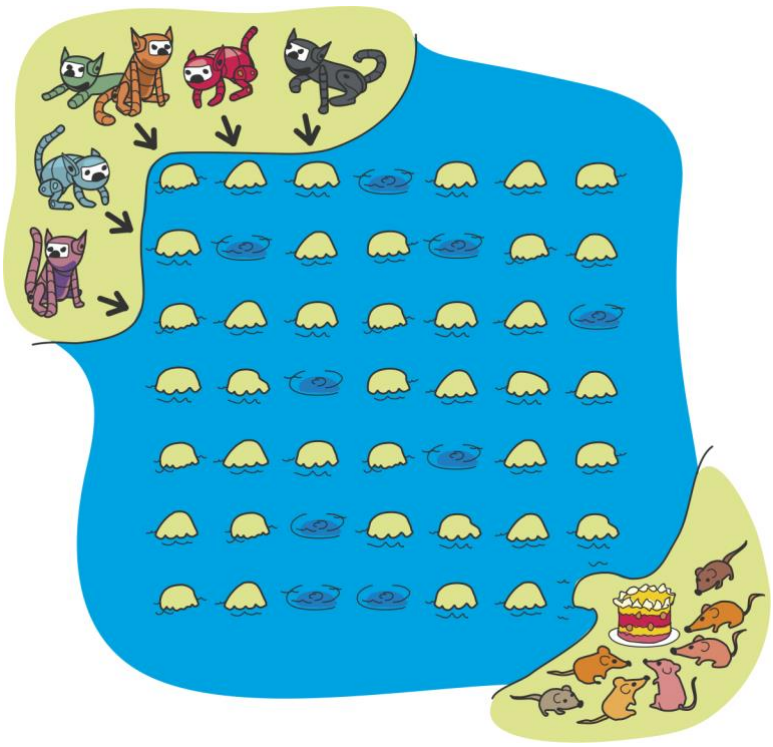
Tole ni nič drugega kot štetje v dvojiškem zapisu. 5 v dvojiškem zapisu zapišemo kot 0101.

Računalniško ozadje

Stroj je eden od mnogih zabavnih načinov, kako lahko fizično prikažemo dvojiško štetje.

Mišja zabava

državno, 6. – 9. razred in srednja šola

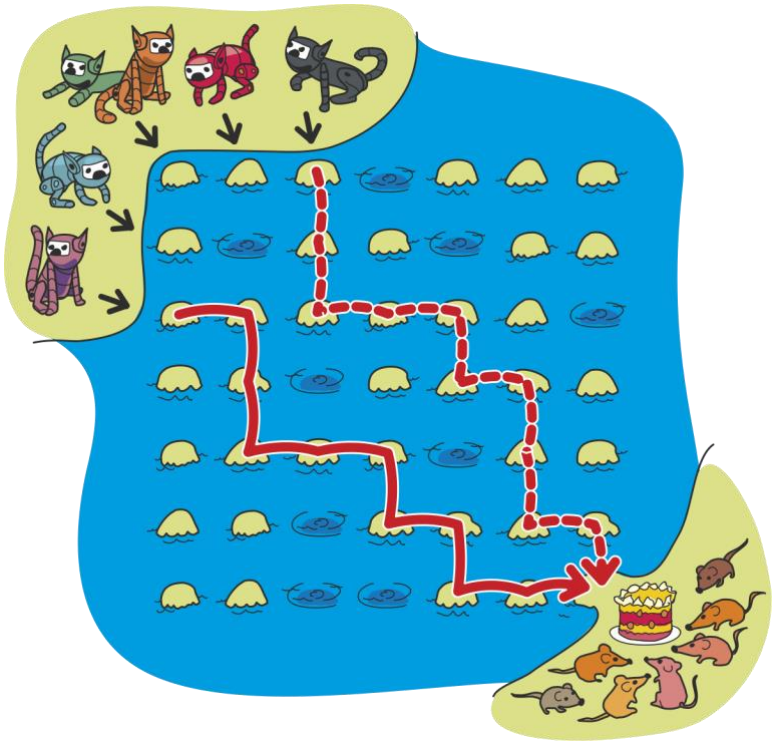


Šest mačk se odpravlja na mišjo zabavo na drugi strani reke. Mačke ne marajo vode, zato reko prečkajo s skakanjem po kamnih (seveda ne po tistih, ki so pod vodo). Mačka lahko skoči le na sosednji kamen (v vodoravni ali navpični smeri, ne more pa skočiti po diagonali). Mačka sicer lahko zelo hitro skoči na kamen (tako hitro, da za to ne porabi nič časa), vendar pa je po skoku povsem izčrpana in mora počivati vsaj eno minuto, preden lahko uspešno izvede naslednji skok. Seveda lahko skoči le na kamen, ki ni zaseden (torej če je prazen ali pa če je na njem mačka, ki se odpravlja naprej na naslednji kamen). Pač pa lahko več mačk skoči istočasno. Če je kamen, na katerega želi mačka skočiti, zaseden, pa mačka počaka še eno minuto na svojem kamnu.

Mačka lahko začne pot preko reke na katerem koli kamnu, na katerega kažejo puščice. Najmanj koliko minut bodo potrebovale mačke, da bodo vse prišle na mišjo zabavo na drugi strani reke?

Rešitev

Pravilen odgovor je 12 minut.



Najprej poiščemo najkrajšo pot do cilja za vsakega od začetnih kamnov (na katere kažejo puščice): te poti trajajo 10 minut, 11 minut in 12 minut. Opazimo tudi, da sta natanko dve najkrajši (10 minutni) poti, ki tečeta vzporedno po različnih kamnih. Poti sta označeni na spodnji sliki.

Ker sta obe poti ločeni, lahko po njiju reko prečkata dve mački sočasno. Dve mački torej prideta na cilj v 10 minutah. Naslednji dve mački se lahko na isto pot odpravita minuto kasneje in za prečkanje porabita 10 minut, torej prideta na cilj v 11 minutah. Zadnji dve mački pa se na isti dve poti odpravita še eno minuto kasneje, torej prideta na cilj v 12 minutah. Tako je vseh 6 mačk lahko na drugi strani reke v 12 minutah.

To je tudi najkrajši možni čas. Začetni kamni so postavljeni tako, da mora vsaka mačka, ne glede na to, na katerega od začetnih kamnov je skočila, preko prvega ali preko zadnjega kamna na vhodu (prvi kamen v tretji vrsti ali tretji kamen v prvi vrsti, oba sta začetna kamna najkrajše 10 minutne poti). Če 6 mačk razdelimo na dve skupini in gre prva skupina 3 mačk preko prvega vhodnega kamna, druga skupina 3 mačk pa preko zadnjega vhodnega kamna, vidimo, da zaradi zasedenosti vhodnega kamna ne morejo vse tri mačke naenkrat na pot preko reke, ampak mora ena od njih počakati 1 minuto, da prva mačka sprazni kamen, druga od njih pa mora na prazen kamen počakati še eno minuto. Torej je 12 minut najkrajši možni čas, da vseh 6 mačk prečka reko.

Računalniško ozadje

Računalničarji so strokovnjaki za modeliranje in ocenjevanje situacij, za kar pogosto uporabijo grafe. Optimizacija pomeni, da izmed vseh možnih rešitev poiščemo najboljšo.

Probleme iz realnega sveta v računalništvu pretvorimo v ustrezno podatkovno strukturo, ki jo razumejo računalniki. V tej nalogi bi oba rečna bregova in kamne predstavili z vozlišči v grafu, dve vozlišči pa bi povezali, če mačka lahko skoči med njima. Tako rešitev dobimo, če poiščemo rešitev za *problem maksimalnega pretoka*: v grafu vidimo, da je ozko grlo pri dveh kamnih in največ dve mački gresta lahko istočasno preko grafa. Zato za ostale mačke potrebujemo dodaten čas.

Burgerji

državno, 6. – 9. razred in srednja šola

V BoberBurgerju prodajajo burgerje s šestimi vrstami sestavin. Ker so sestavine vsakega dobrega burgerja skrivnost, so jih poimenovali s črkami A, B, C, D, E in F. Na meniju imajo slike štirih burgerjev in zraven navedene sestavine (slednje so navedene po abecedi):

burger				
sestavine	C, F	A, B, E	B, E, F	B, C, D

Kateri burger ima sestavine A, E in F?

A 

B 

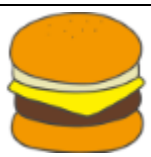
C 

D 

Rešitev

Pravilen odgovor je A.

Rešitev dobimo tako, da primerjamo slike različnih burgerjev z menija in njihove sestavine.

primerjani sliki burgerjev		črka skupne sestavine	skupna sestavina
		F	zelena solata
C, F	B, E, F		
		C	rjavo meso
C, F	B, C, D		

 A, B, E	 B, C, D	B	rumen sir
 B, E, F	 A, B, E	E	oranžen piščanec

Preostali dve sestavini dobimo tako, da pogledamo še spodnja dva burgerja, za katera že poznamo dve sestavini od treh (tretja je torej še »neznana« sestavina):

burger	**črka neznane sestavine**	**neznana sestavina**
 A, B, E	A	rdeč paradižnik
 B, C, D	D	bela mocarela

Torej je burger s sestavinami A, E in F  , kar je odgovor A.

Računalniško ozadje

Logika je osnova različnih vidikov računalništva. Ta problem smo lahko rešili z logičnim sklepanjem: najprej smo ugotovili skupne sestavine v burgerjih in jih identificirali, na podlagi te informacije pa smo pridobili še neznane sestavine.

Kovanci za sladoled

državno, 6. – 9. razred in srednja šola

Bobri uporabljajo kovance za 1, 2, 4, 8, 16 in 32 bevrov.

Peter ima tri kovance: enega za 2 bevra, enega za 16 bevrov in enega za 32 bevrov. Na poti iz šole se vsak dan ustavi pri sladoledarju in si kupi sladoled za 1 bevro. Vedno plača z najmanjšim kovancem, ki ga ima v denarnici, in sladoledar mu vedno vrne razliko tako, da uporabi najmanj kovancev.

Koliko kovancev ima Peter po 29 šolskih dnevih?

Rešitev

Pravilen odgovor je 3 kovance.

Po 29 dneh – naloga je res zelo težka! Poglejmo, kako se je spreminjalo stanje v Petrovi denarnici nekaj zaporednih dni, da bomo dobili občutek, kaj se je dogajalo. Morda bomo dobili tudi kakšno idejo, kako rešiti problem.

1. dan: 32, 16, 2: da 2, dobi 1
2. dan: 32, 16, 1: da 1
3. dan: 32, 16: da 16, dobi 8, 4, 2, 1
4. dan: 32, 8, 4, 2, 1: da 1
5. dan: 32, 8, 4, 2: da 2, dobi 1
6. dan: 32, 8, 4, 1: da 1
7. dan: 32, 8, 4: da 4, dobi 2, 1

Peter nima nikoli dveh kovancev enakih vrednosti. Če da vedno najmanjši kovanec, ki ga ima, bo dobil vrnjene vedno še manjše kovance. Tako nobeden od vrnjenih kovancev ne more biti enak nobenemu kovancu, ki ga Peter že ima. In med kovanci, ki jih sladoledar vrne Petru, tudi ne moreta biti dva enaka kovanca: če bi bila, bi sladoledar namesto dveh kovancev vrnil enega z večjo nominalno vrednostjo (na primer, namesto dveh kovancev za 4 bevre bi sladoledar vrnil en kovanec za 8 bevrov). Ker je Peter na začetku imel tri različne kovance, to pomeni, da bo tudi po nakupih sladoleda vedno imel le različne kovance.

Na začetku ima Peter 50 bevrov (32 + 16 + 2 = 50). Po 29 dneh (in 29 sladoledih) bo imel še 21 bevrov. Edina možnost, da ima 21 bevrov in nobenega podvojenega kovanca, je 16 + 4 + 1 = 21. Torej ima tri kovance (za 16, 4 in 1 bevro).

Računalniško ozadje

Naloga se ukvarja z dvojiškimi števili. Seveda, saj je računalniška naloga! Če število zapišemo v dvojiški obliki, ga zapišemo kot vsoto števil 1, 2, 4, 8, 16, 31 (in več, če potrebujemo večje številke) tako, da se nobeno število ne ponovi. Vedno obstaja le en način, kako lahko to naredimo.

Prelivanje vode

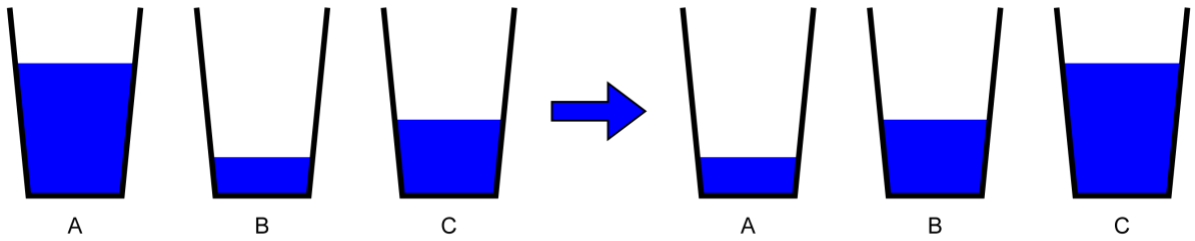
državno, 6. – 9. razred in srednja šola

Tri kozarce A, B in C z različnimi količinami vode postavimo v vrsto. Nobeden od kozarcev ni poln. Kozarci nimajo nobenih oznak za količino, vendar so enake oblike, zato lahko brez težav primerjamo količino vode v dveh kozarcih.

S kozarci lahko naredimo naslednje operacije (eno ali več, ni pa vseh operacij vedno možno izvesti):

- izprazni: vso vodo iz kozarca prelijemo v drug kozarec;
- izenači: iz kozarca prelijemo v drug kozarec toliko vode, da bo v drugem kozarcu enaka količina vode kot v tretjem kozarcu;
- napolni: vzamemo kozarec in iz njega prelijemo v drug kozarec toliko vode, da bo poln.

Naša naloga je, da uporabimo eno ali več zgoraj opisanih operacij tako, da iz začetnega stanja na levi dobimo končno stanje na desni (glej sliko). Pri tem ne smemo uporabiti dodatnih kozarcev.



Po izvedenih operacijah bo kozarec A imel toliko vode, kot je je bilo na začetku v kozarcu B, kozarec B bo imel toliko vode kot na začetku kozarec C, kozarec C pa bo imel toliko vode kot na začetku kozarec A.

Katera od izjav je pravilna?

A. Želeni rezultat lahko dobimo brez operacije *izprazni*.
B. Želeni rezultat lahko dobimo brez operacije *izenači*.
C. Želeni rezultat lahko dobimo brez operacije *napolni*.
D. Da dobimo želeni rezultat, potrebujemo vse tri operacije.
E. Želenega rezultata z uporabo navedenih treh operacij sploh ne moremo dobiti.

Rešitev

Pravilen odgovor je E: navedene tri operacije niso dovolj, da bi lahko dobili želeni rezultat.

Če izvedemo katero koli zaporedje navedenih treh operacij, mora po izvedenih operacijah držati ena od naslednjih trditev:

- En kozarec je prazen.
- Dva kozarca imata enako količino vode.
- En kozarec je poln.

Naše želeno končno stanje pa ne ustreza nobeni od teh treh trditev, kar pomeni, da do takega stanja ne moremo priti le z navedenimi tremi operacijami.

Računalniško ozadje

Naloga nekoliko spominja na nek drug problem, o katerem so računalnikarji razmišljali že takrat, ko računalnikov sploh ni bilo. Predstavljajmo si zelo zelo preprost računalnik. Takega s čim manj operacijami. Koliko operacij mora imeti, da bo možno z njimi izračunati vse, kar zna izračunati katerikoli računalnik? Ali, če se vprašamo malenkost bolj natančno: če nam nekdo pokaže računalnik, ki ima tak in tak nabor ukazov – je možno iz teh ukazov sestaviti vse druge ukaze? Da bi odgovorili na to vprašanje, so se morali vprašati še veliko bolj natančno in razviti celo teorijo računanja. Postavili so model »splošnega računalnika«, ki zna izračunati vse, kar se da izračunati (no, v resnici so naredili obratno, in si izmislil določen matematičen model računalnika in za neko reč rečemo, da je »izračunljiva«, če jo je mogoče izračunati s tem računalnikom). Temu računalniku se reče Turingov stroj (ker ga je izumil znani angleški matematik in pra-računalnikar Turing). Za nek stroj ali jezik, pa rečemo, da je »Turing-complete«, če zna vse, kar zna Turingov stroj.

Če je tole zvenelo zapleteno, je to zato, ker je v resnici kar zapleteno. Dovolj zapleteno, da se o tem učimo šele v višjih letnikih študija računalništva.

Torte in sosede

državno, 6. – 9. razred in srednja šola

Na petkovo jutro so tri sosede Ana, Berta in Cilka naročile torto v isti slaščičarni za sobotno sosedsko zabavo. Vse so naročile isti tip torte, ki je sestavljen iz treh plasti. Nato pa so čez dan vse dvakrat klicale v slaščičarno, da bi spremenile svoje naročilo.

- Ana, 1. klic: »Moja torta naj ima 1 plast več.«
- Ana, 2. klic: »Moja torta naj ima toliko plasti kot Bertina.«
- Berta, 1. klic: »Moja torta naj ima 2 plasti več, kot sem prvič naročila.«
- Berta, 2. klic: »Naj ima moja torta 1 plast manj kot iz zadnjega naročila.«
- Cilka, 1. klic: »Naj ima moja torta 1 plast več kot tista, ki jo je naročila Ana.«
- Cilka, 2. klic: »Naj ima moja torta še 1 plast več kot iz zadnjega naročila.«

Ne vemo, kdaj je katera od sosed poklicala slaščičarja, vemo le, da je vsaka opravila najprej svoj 1. klic in nato 2.

Katera od spodnjih trditev o tortah na sobotni zabavi zagotovo drži?

A) Anina in Bertina torta imata enako število plasti.
B) Bertina torta ima vsaj eno plast manj kot Cilkina.
C) Cilkina torta je natanko dve plasti višja od Anine.
D) Vse tri torte imajo vsaj štiri plasti.

Rešitev

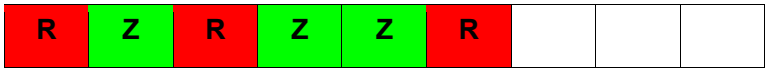
Zagotovo velja trditev B: Bertina torta ima natanko štiri plasti, Cilkina pa vsaj 5.

Ne glede na to, kdaj je klicala Berta, je njena torta na začetku imela 3 plasti, po prvem klicu 5 plasti ter po drugem klicu 4 plasti. Torej ima Bertina torta natanko 4 plasti.

Poglejmo Anino naročilo: njena torta je na začetku imela 3 plasti, po prvem klicu pa 4. Po drugem klicu pa Ana želi, da ima njena torta toliko plasti kot Bertina. Če je Ana drugi klic opravila pred Bertinim prvim klicem, ima njena torta na koncu 3 plasti. Če je klic opravila po Bertinem prvem klicu, ima njena torta na koncu 5 plasti. Če pa je klic opravila po Bertinem drugem klicu, ima njena torta na koncu 4 plasti. Torej ima Anina torta 3, 4 ali 5 plasti, ne moremo pa zagotovo reči, koliko.

Poglejmo še Cilkino naročilo. Na začetku je naročila torto s 3 plastmi. Po prvem klicu je naročila torto, ki ima eno plast več kot Anina torta. Če je ta klic opravila pred Aninim prvim klicem, ima njena torta po prvem klicu 4 plasti. Če je klic opravila po Aninem prvem klicu, a pred Aninim drugim klicem, ima njena torta po prvem klicu 5 plasti. Če pa je Cilka svoj drugi klic opravila za Aninim drugim klicem, ima njena torta po prvem klicu lahko 4, 5 ali 6 plasti. V drugem klicu je Cilka svoje naročilo povečala še za eno plast, zato ima njena torta na koncu lahko 5, 6 ali 7 plasti (torej vsaj 5 plasti).

Tri rdeče in tri zelene karte postavimo v vrsto 9 celic v spodnji vrstni red.

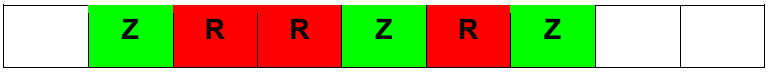


Izvesti permutacijo pomeni, da premaknemo naenkrat nekaj kart. Dovoljeni sta naslednji permutaciji (celice in karte številčimo od leve proti desni).

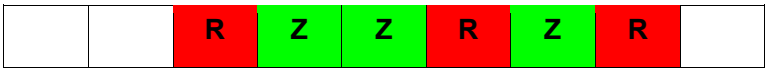
Permutacija 1: Karti 1 in 4 premaknemo za tri celice v desno.
Permutacija 2: Karte 1, 3 in 5 premaknemo za 2 celici v desno.

Na primer, če iz zgornjega začetnega stanja izvedemo najprej permutacijo 1 in nato permutacijo 2, dobimo:

Po 1. permutaciji:



Po 2. permutaciji:



Kakšno mora biti zaporedje permutacij iz začetnega stanja, da dobimo končno stanje, kot je spodaj?

Rešitev

Najprej dvakrat izvedemo permutacijo 1, nato pa še permutacijo 2.

Računalniško ozadje

En način reševanja teh nalog je, da za začetno stanje narišemo stanji, v katerega nas privedeta prva in druga permutacija. Nato za vsako od teh dveh stanj narišemo stanji, v katerega nas privedeta permutacija. To ponavljamo, dokler ne naletimo na iskano končno stanje. Takšni sliki rečemo »graf stanj«, naloga pa se prevede na problem iskanja poti v grafu. To pa je natančno enak problem, kot ga rešuje telefon, ko išče najkrajšo pot iz Kranja na Vrhniko.

Letališki urnik

državno, 6. – 9. razred in srednja šola

Ko letalo pristaja na letališču, mu v izogib nesreči določijo koridor, to je za to letalo rezerviran zračni prostor, ločen od drugih letal.

Na Bobrograjskem letališču imata lahko dve letali isti koridor le, če je med njunima pristankoma časovni razmak več kot 15 minut. Primer: če let številka 1 pristane ob 6.10, let številka 2 ob 6.25 in let številka 3 ob 6.26, potem leta 1 in 2 ne moreta imeti istega koridorja, letoma 1 in 3 pa lahko dodelijo isti koridor.

Danes si v vlogi kontrolorja letov na Bobrograjskem letališču in tvoja naloga je, da s pomočjo letališkega urnika letalom dodeliš koridorje za pristanek.

Številka leta	Čas pristanka
9W2400	7.00
9W1321	7.21
AI561	7.20
AI620	7.18
EK427	7.03
SG147	7.12

Najmanj koliko koridorjev potrebuješ, da boš vsem letalom dodelil koridor v skladu s pravili?

Rešitev

Štiri. Lahko jih dodeliš več, manj pa ne, saj štiri letala (SG147, AI620, AI561 in 9W1321) pristanejo v razmaku devetih minut, to je med 7.12 in 7.21. Primer s pravili skladne dodelitve koridorjev:

Koridor 1: 9W2400 (7:00), AI620 (7:18)

Koridor 2: EK427 (7:03), AI561 (7:20)

Koridor 3: SG147 (7:12)

Koridor 4: 9W1321 (7:21)

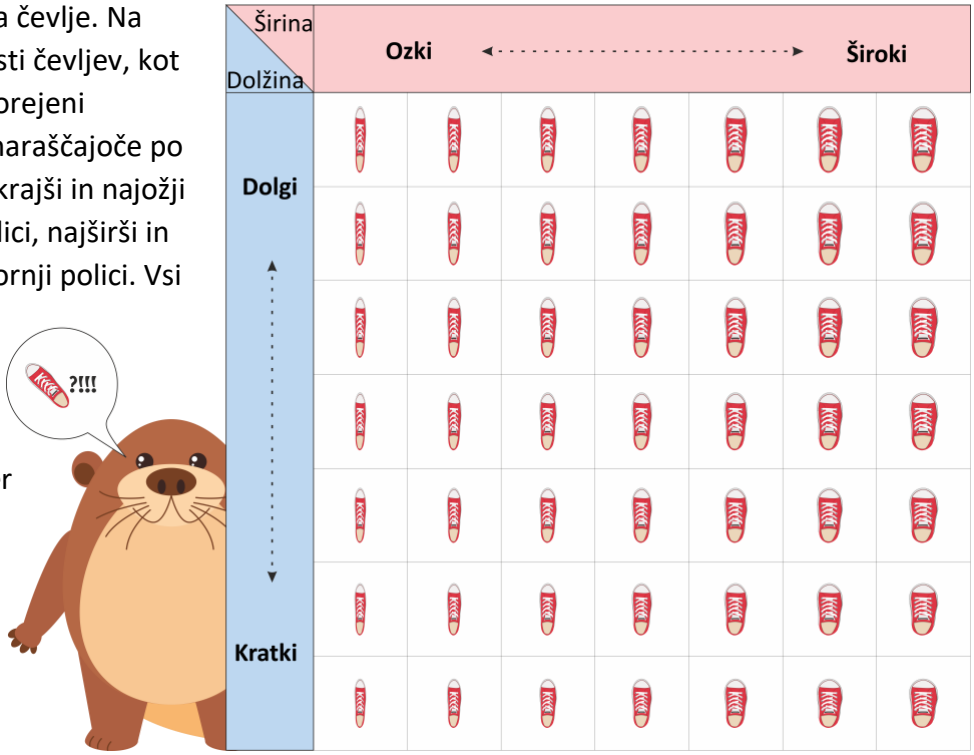
Računalniško ozadje

Eden pomembnih delov operacijskega sistema (Windows, Linux, macOS) je razporejanje procesov in dodeljevanje virov. Operacijski sistem mora programom dodeljevati procesorjev čas, dostop do mreže, diskov in drugih sistemskih virov. Čim učinkoviteje to počne, tem hitrejši se nam bo zdel računalnik.

Pomerjanje čevljev

državno, 6. – 9. razred in srednja šola

Bober v trgovini pomerja čevlje. Na voljo ima različne velikosti čevljev, kot kaže slika. Čevlji so razporejeni naraščajoče po širini in naraščajoče po dolžini, pri čemer so najkrajši in najožji čevlji levo na spodnji polici, najširši in najdaljši pa desno na zgornji polici. Vsi čevlji so različno dolgi in široki.

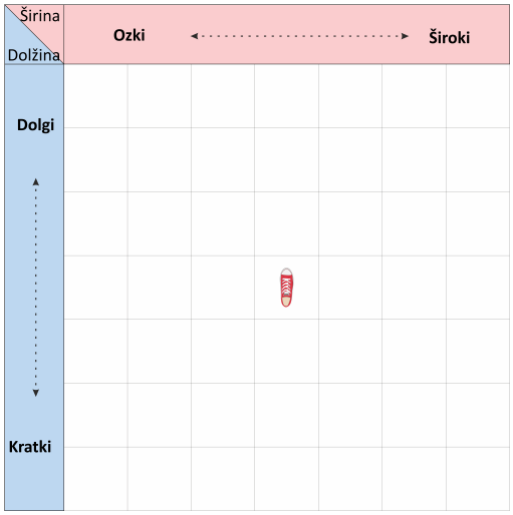


Bober ve, da mu je eden od čevljev prav. Ker je pozabljiv, pa si ni zapomnil njegove številke, to je prave širine in dolžine čevlja, zato se bo moral lotiti pomerjanja.

Bober želi najti način, s katerim bo zagotovo kupil čevlje, ki so mu prav, s kar se da malo pomerjanji. Čevlje bo pomerjal po takšnem postopku, da jih bo moral poskusiti čim manj, a pri tem vseeno zagotovo izvedel, kateri so mu prav. Koliko jih bo moral poskusiti v najslabšem primeru?

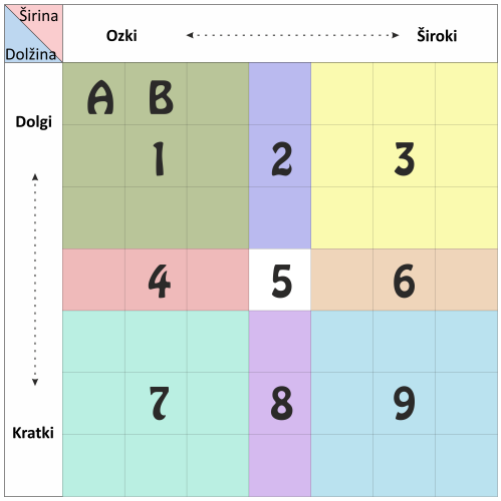
Rešitev

Pomeriti mora največ dva para čevljev, in sicer najprej pomeri čevlje na sredini (četrta vrsta, četrti stolpec):



Nato pa

- če so mu bili premajhni in preširoki pomeri čevlje označene z 1 (glej sliko);
- če so mu bili dovolj široki in prekratki, pomeri čevlje z oznako 2;
- če so mu bili prekratki in preozki, pomeri čevlje z oznako 3;
- če so mu bili dovolj dolgi in preširoki, pomeri 4;
- če so mu bili prav 5, jih kupi;
- če so mu bili prav dolgi, a preozki, pomeri 6;
- če so mu bili predolgi in preširoki, pomeri 7;
- če so mu bili prav široki, a predolgi, pomeri 8;
- če so mu bili preozki in predolgi, pomeri 9.



Če je poskusil 1 in so mu bili prekratki in preširoki, vzame A, če pa so mu bili dovolj široki in prekratki, vzame B. Podobno za ostale.

Računalniško ozadje

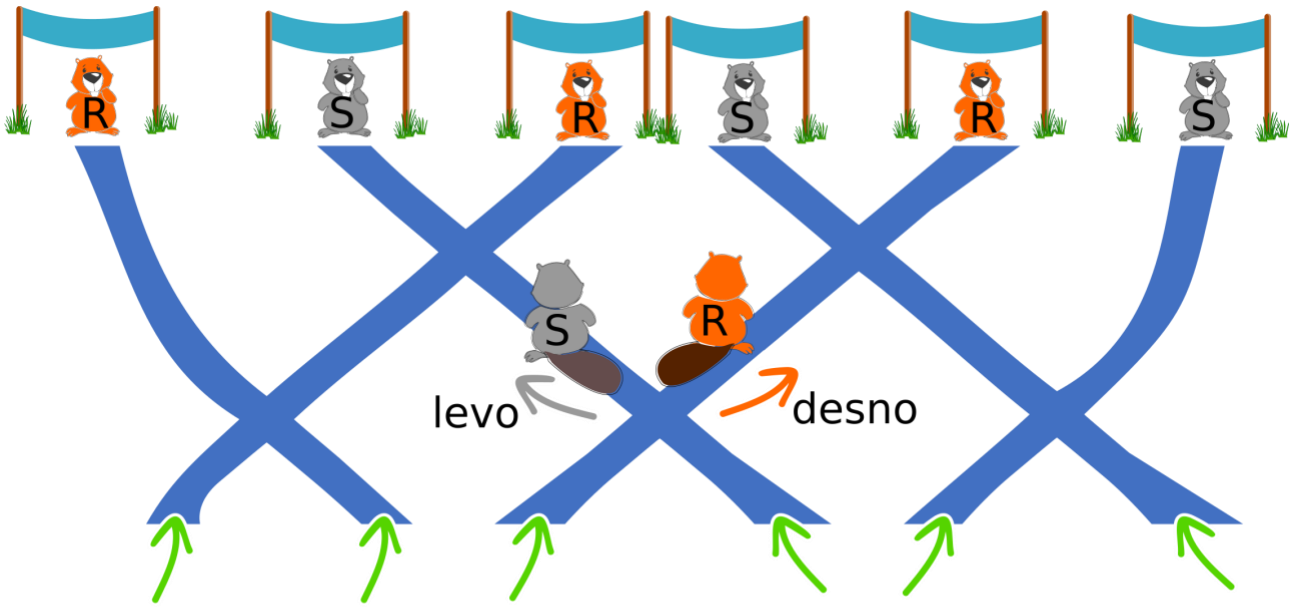
Postopku iskanja, pri katerem v vsakem koraku razpolovimo število možnosti, pravimo bisekcija. Ta naloga – in njena rešitev – kažeta, kako učinkovita je.

V tej nalogi smo pravzaprav počeli še nekaj več: v vsakem koraku bodisi odkrijemo pravi odgovor ali pa izvemo, v kateri četrtini je iskani odgovor.

Kanali

državno, 6. – 9. razred in srednja šola

Na ravnici je omrežje kanalov, ki ima šest vhodov in šest izhodov. Na vsakem vhodu vstopi v omrežje natanko en bober. Bobri so lahko sive (S) ali rjave (R) barve. Če se na sotočju kanalov srečata dva bobra, ki sta različne barve, bo rjavi bober šel desno, sivi pa levo. Šest bobrov hkrati vstopi v omrežje kanalov.



Na koliko načinov se lahko sivi in rjavi bobri razporedijo na vhode, da bodo iz omrežja izstopili v naslednjem vrstnem redu: R S R S R S? Ali pa takega razporeda sploh ni?

Rešitev

Dva.

Da bo sivi bober na skrajno desnem mestu, se ne sme srečati z rjavim, zato v skrajno desna kanala zagotovo vstopita dva siva bobra.

Da bo rjavi bober na skrajno levem mestu, se lahko pred tem sreča le z drugim rjavim bobrom, zato v skrajno leva kanala zagotovo vstopita dva rjava bobra.

V sredinska kanala vstopita en siv in en rjav bober. Ali je levo sivi ali rjavi, ni pomembno, zato sta dva možna načina: R R S R S S in R R R S S S.

Računalniško ozadje

Na ta način delujejo urejevalne mreže: metode za hitro vzporedno urejanje.

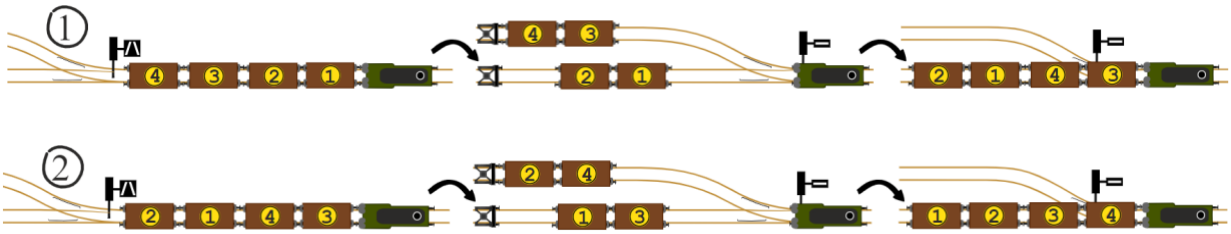
Sortirni tiri

8. – 9. razred, srednja šola

Vlak mora odložiti vagone na različnih mestih ob glavni železnici. Ker vedno odloži zadnji vagon, moramo pred odhodom vagone urediti tako, da ima skrajno levi vagon številko ena  .

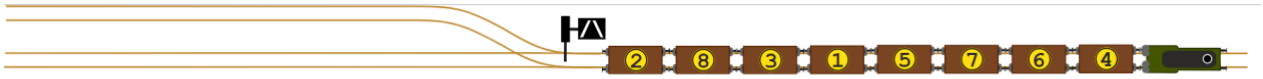
Za urejanje uporabimo sortirne tire, kjer lahko vse vagone porinemo z desne proti levi, nato pa jih usmerimo na enega od dveh stranskih tirov. Lokomotiva lahko pobere te vagone v katerem koli vrstnem redu. Cel ta postopek bomo obravnavali kot en korak.

Če imamo na primer štiri vagone, ki jih želimo urediti, zadostuje, da jih po sortirnih tirih porinemo dvakrat (korak ① in korak ②):



Ni pa jih mogoče urediti v enem samem koraku.

Trenutno so vagoni v vrstnem redu 2 – 8 – 3 – 1 – 5 – 7 – 6 – 4, želimo pa jih urediti v vrstni red od 1 do 8 (1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8). Najmanj koliko korakov potrebujemo?



Rešitev

Rešitev te naloge ima zanimivo in poučno zgodovino.

V prvotni verziji te knjižice smo zatrdili: »*Pravilen odgovor je 3 korake. Vagone lahko sortiramo na več načinov, eden najboljših pa je, da najprej ...*« in tako naprej. V naslednjem odstavku smo zatrdili še: »*Vagonov ne moremo urediti hitreje (z manj kot tremi koraki), saj mora biti vagon 4 na stranskem tiru pred vagonom 8, vagon 6 pa mora biti ...*«

Po objavi knjižice pa smo dobili od enega izmed tekmovalcev naslednje sporočilo: »*V rešitvah šolskega tekmovanja sem zasledil napako pri nalogi "Sortirni tiri". Če vagone najprej razdelimo na verigi 2-8-5-7 in 3-1-6-4 ter ju spojimo v 2-3-1-6-4-8-5-7, nato pa razdelimo v 2-3-6-8 in 1-4-5-7, jih lahko v tem koraku uredimo. Pravilna rešitev je tako 2.*«

Kako se je to lahko zgodilo? Problemi te vrste so lahko težki in pogosto znamo rešiti le posamične, konkretne primere, splošnih postopkov za reševanje pa se ne domislimo. Tako je bilo tudi tu: avtor naloge je našel rešitev v treh korakih in (sicer nepravilen!) dokaz, da je to najkrajša možna rešitev.

Najti rešitev v treh korakih ni bilo pretežko in naloga je bila s tem sprejemljiva za tekmovanje. Oziroma bi bila, če v dokazu ne bi bilo napake.

Pravzaprav je bila sprejemljiva tudi tako. Točko je dobil vsak tekmovalec, ki je našel rešitev v treh ali – po tem, ko so nas opozorili na napako – v dveh korakih. Že rešitev v treh korakih je namreč očitno vredna točke.

A naloga nam ni dala miru. Zanimalo nas je, ali se moremo domisliti takšnega postopka za preurejanje vagonov, ki bi nas vedno pripeljal do najkrajše možne rešitve. Ni šlo. Nalogo smo pokazali kolegu z ljubljanske fakultete za računalništvo, ki je res mojster za takšne probleme. Ta je takoj prišel do nekaj zanimivih spoznanj. Recimo tegale: izbiramo vagone, od leve proti desni. Nekatere vzamemo, druge preskočimo, pravilo pa je, da morajo biti v *napačnem* vrstnem redu. Primer takšnega podzaporedja je, recimo, 8 – 5 – 4 ali 8 – 6 – 4 (ne pa, na primer, 6 – 5 – 7, saj to zaporedje ni padajoče, ali 8 – 5 – 4 – 1, saj vagoni ne nastopajo v tem zaporedju, vagon 1 je pred 5 in 4). Vzemimo, recimo, zaporedje 8 – 5 – 4. Da spravimo te tri vagone v pravi vrstni red, bomo potrebovali vsaj dva koraka. Če lahko najdemo podzaporedje, recimo, štirih takšnih vagonov, bomo potrebovali vsaj tri korake. Če zaporedje petih, vsaj štiri korake. Najdaljše podzaporedje napačno razporejenih vagonov v naši nalogi je dolgo tri vagone, torej bomo potrebovali vsaj dva koraka. Vendar ta kriterij predstavlja le spodnjo mejo – pravi le, da bomo potrebovali vsaj dva koraka, morda pa bo potrebnih več. (Vendar v tej nalogi vemo, da dva koraka v resnici zadoščata.)

Takšna odkritja nam lahko pomagajo k razmišljanju o postopku za sistematično reševanje naloge … našli pa ga še nismo.

Nauk(i) zgodbe? Tudi navidez preprosti problemi so lahko zelo težki. Rešitev je morda znana – in morda nam jo bo prišepnil kar kak tekmovalec. Morda se je bomo domislili jutri ali pojutrišnjem. Morda pa je to eden od problemov, za katere preprosto ni druge rešitve, kot sistematično (in kolikor toliko pametno) pregledati vse možne rešitve po korakih, ki vodijo v pravo smer.

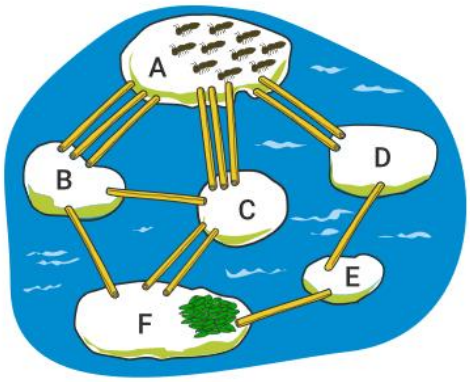
Drugi nauk: naloge sestavljajo pametni ljudje – učitelji, profesorji in tako naprej – vendar niso nezmotljivi. Tudi tekmovalci ste pametni. Kadar rešujemo težke probleme, nam pomagajo tako znanje in izkušnje (te imamo sestavljalci) kot pamet in prebrisanost (tega pa veliko premorete tudi tekmovalci).

Računalniško ozadje

Naloga spada med optimizacijske probleme. Kako jo reševati, pa, kot smo priznali, pravzaprav ne vemo.

Mravlje v močvirju

8. – 9. razred, srednja šola



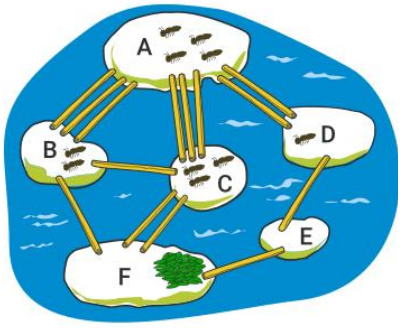
Na kamnu z oznako A sredi močvirja je obtičalo deset mravelj, ki bi rade prišle do hrane na kamnu F. Le ena mravlja naenkrat lahko hodi po slamici in porabi 1 minuto, da pride z enega kamna preko slamice na drugi kamen.

Največ koliko mravelj lahko v 3 minutah doseže hrano na kamnu F?

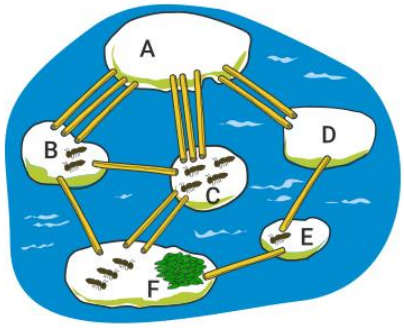
Rešitev

Pravilen odgovor je 7 mravelj. Slike prikazujejo eno od možnih situacij po vsaki minuti.

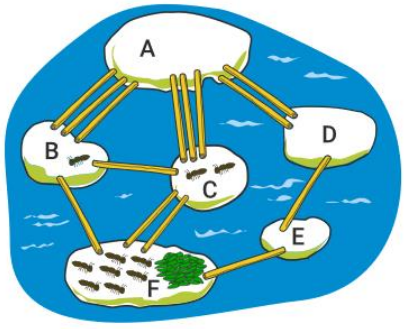
Po prvi minuti:



Po drugi minuti:



Po tretji minuti:



Računalniško ozadje

Cilj v nalogi je *optimiziranje* pretoka mravelj skozi mrežo tako, da bo kar največ mravelj prišlo do hrane v času 3 minut. To imenujemo *optimizacijski problem*.

Mravlje, ki ne poznajo strukture mreže, po kateri potujejo, ne bodo mogle najti najboljše možne rešitve. Poišče jo lahko le opazovalec, ki vidi strukturo cele mreže. V tej nalogi smo predpostavili, da se mravlje zavedajo strukture mreže in da posledično izbirajo določeno pot.

Grafi so abstraktne podatkovne strukture, ki jih lahko uporabimo za modeliranje mreže. Obstajajo tudi številni algoritmi, ki optimizirajo pretok pod določenimi pogoji. Brez uporabe obstoječih algoritmov pa lahko poiščemo rešitev z uporabo naslednjih trditev:

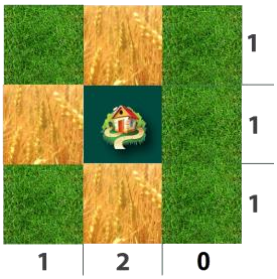
A. Nima smisla, da pošljemo več kot eno mravljo preko kamnov D-E.
B. Nima smisla, da pošljemo več kot dve mravlji preko kamnov A-B.
C. Slamica med kamnoma B-C ne prispeva k povečanju pretoka in jo lahko ignoriramo.
D. Omejitev pretoka je na slamicah med kamni B-F in C-F.

Z uporabo navedenih pogojev smo lahko poiskali optimalno rešitev.

Kvadratovanje

8. – 9. razred, srednja šola

Kmetije v Kvadrolandiji so razdeljene na kvadratna polja s hišo v sredini. Vsako leto se kmet za vsako polje odloči, ali bo na njem posadil žito ali travo, polja z žitom pa mora poročati Kvadrolandski kmetijski inšpekciji. V poročilu kvadratovanja mora za vsako vrstico in vsak stolpec zapisati vsoto vseh polj z žitom, kar inšpekcija redno preverja preko satelita.

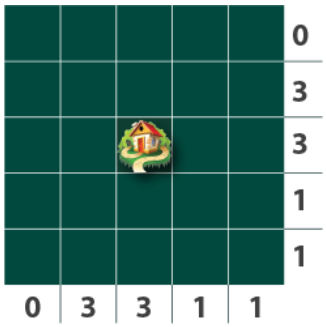


Eno tako poročilo kmetije prikazuje slika na desni.

Samo eno od spodnjih poročil je lahko točno. Katero?

A.

C.

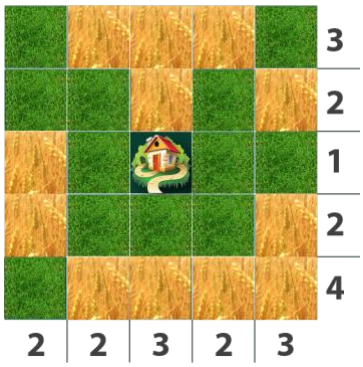


B.

D.

Rešitev

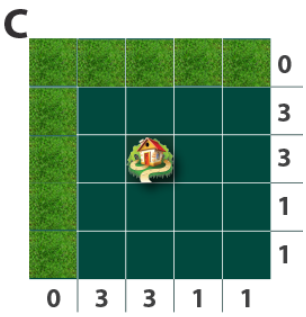
Pravilen odgovor je B. Poročilo je za kmetijo, ki je na desni sliki.



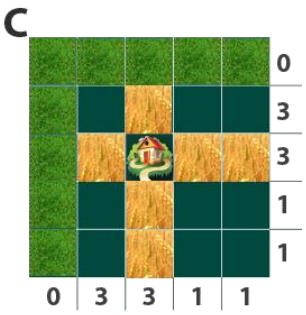
Razmislimo, zakaj je ta odgovor edini pravilen oziroma zakaj so ostali odgovori napačni.

Pri odgovorih A in D se vsota polj z žitom v vrsticah in v stolpcih ne ujema: pri A je vsota vrstic 7, stolpcev pa 9; pri D pa vrstic 11, stolpcev pa 10.

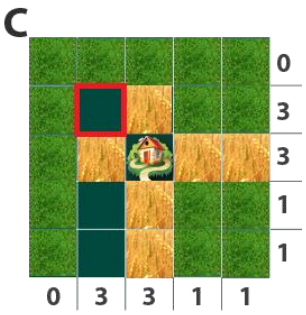
Ker se pri odgovoru C vsote vrstic in stolpcev ujemajo, moramo sklepati nekoliko drugače. Prva vrstica in prvi stolpec morata biti prazna (brez žita).



Tako ostane le ena možnost za polja z žitom v tretji vrstici in tretjem stolpcu:



Potem morajo biti vsa preostala polja v četrtem in petem stolpcu prazna (na njih ni žita, ampak trava).



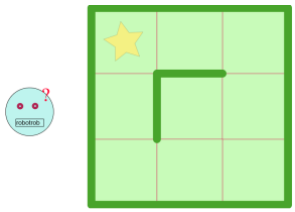
Vidimo, da ne moremo posaditi žita še na dve dodatni polji v drugi vrstici, saj je ostalo na razpolago le eno polje (označeno z rdečo). Torej je odgovor C napačen.

Računalniško ozadje

Postopku, kjer iščemo problem tako, da delamo predpostavke, opazujemo, ali nas pripeljejo do rešitve in če nas ne, poskusimo z drugačno predpostavko, rečemo iskanje z vračanjem (angl. *backtracking*). Na podoben način rešujemo tudi, na primer, Sudoku.

Izgubljeni robot

8. – 9. razred, srednja šola



Nataša je v parku izgubila robota. Park je kvadratne oblike in je razdeljen na 3 x 3 manjše kvadrate. Izgubljeni robot se lahko nahaja na katerem koli od devetih kvadratov.

Nataša lahko ročno pošlje robotu zaporedje ukazov. Tako lahko robotu ukaže, da se premakne za en kvadrat GOR, LEVO, DESNO ali DOL. Če se robot premika proti steni, ne bo mogel dalje, zato obstane. Stene so na sliki označene z debelejšo zeleno črto.

Nataša ne ve, kje je njen robot. Kakšno je najkrajše zaporedje ukazov, ki bo robota zagotovo pripeljalo do kvadrata z zvezdico?

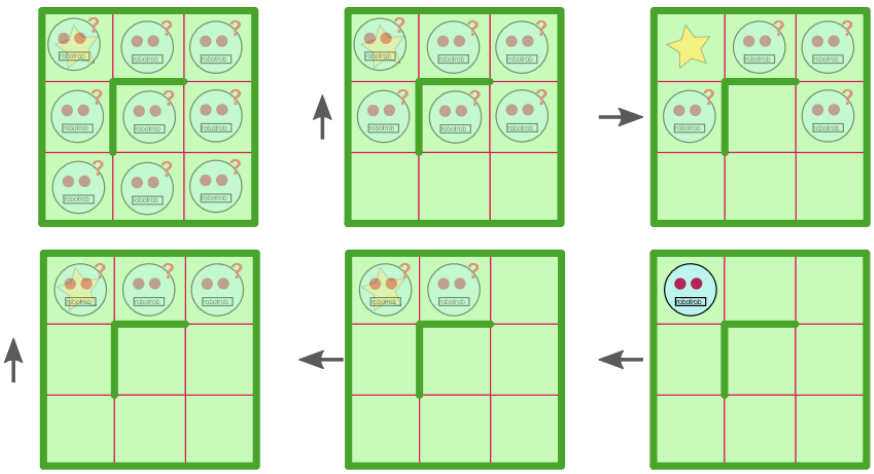
A. DOL - LEVO - DOL - LEVO - GOR - GOR
B. DESNO - GOR - GOR - LEVO - LEVO
C. DESNO - GOR - DESNO - GOR - LEVO - LEVO
D. GOR - DESNO - GOR - LEVO - LEVO

Rešitev

Pravilen odgovor je D: GOR - DESNO - GOR - LEVO - LEVO. Da preverimo pravilnost odgovora, bomo izvedli zaporedje ukazov z vsemi možnimi začetnimi pozicijami. Po vsakem koraku se možne pozicije robota spremenijo in na koncu je le ena možna pozicija robota.

Rešitve ne moremo najti v 4 korakih, saj z desnega spodnjega kvadrata potrebujemo najmanj štiri ukaze za premik (GOR - GOR - LEVO - LEVO ali LEVO - LEVO - GOR - GOR), da dosežemo zvezdico. Vendar pa nobena od teh kombinacij ukazov ne pripelje robota s srednjega kvadrata do zvezdice.

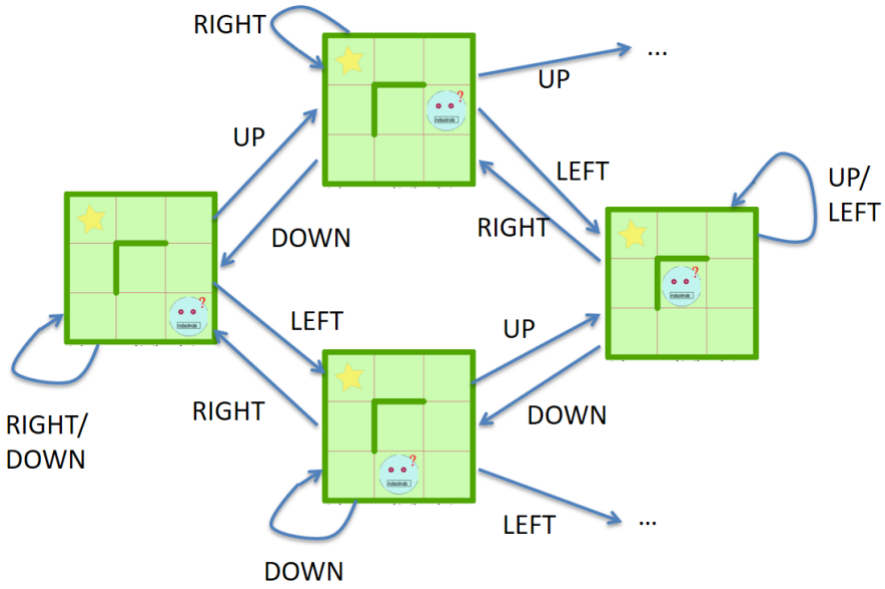
Čeprav tudi zaporedji ukazov pod A in pod C pripeljeta robota do želenega kvadrata, ti dve zaporedji nista najkrajši. Odgovor B pa je napačen, ker robot ob tem zaporedju ukazov ne doseže kvadrata z zvezdico, če se je izgubil v spodnjem levem kvadratu.



Računalniško ozadje

Naloga govori o sinhronizacijski besedi v končnem avtomatu.

V vsakem trenutku se robot nahaja na enem kvadratku in lahko sprejme Natašin ukaz. Po vsakem ukazi robot ali zamenja kvadrat ali pa ostane na istem kvadratu. Položaj robota imenujemo *stanje*, ukazi pa to stanje lahko spremenijo. Spremembo stanj lahko prikažemo grafično s sliko, kot je spodnja (ta slika ne prikazuje vseh možnih sprememb stanj):



Lažne novice

8. – 9. razred, srednja šola

Nacionalna televizija vsak dan pripravlja večerna poročila. Večina novic v poročilih je resnična, a nekaj je tudi lažnih. Štirje prijatelji, Ana, Berta, Ciril in Darko, vsak večer skupaj gledajo poročila.

- Ana je zelo dobra pri ločevanju lažnih novic od resničnih.
- Berta misli, da so vse novice lažne.
- Ciril vedno zamenja lažne novice za resnične in resnične za lažne.
- Darko pa misli, da so vse novice resnične.

Prijatelji so se dogovorili, da bodo kot resnične obravnavali vse tiste novice, za katere vsaj trije od njih mislijo (ali vedo), da je novica resnična.

V katerem primeru se bodo prijatelji strinjali, da je novica resnična?

A. Kadar je novica dejansko resnična.
B. Kadar je novica dejansko lažna.
C. Vedno.
D. Nikoli.

Rešitev

Pravilen odgovor je D: nikoli.

Do rešitve pridemo enostavno, če pripravimo naslednjo tabelo:

Če je novica …	Ana reče	Berta reče	Ciril reče	Darko reče
resnična	resnična	lažna	lažna	resnična
lažna	lažna	lažna	resnična	resnična

V vsakem primeru le dva prijatelja rečeta, da je novica resnična. Ker bi morali tako reči vsaj trije prijatelji, da bi se strinjali glede resnične novice, to pomeni, da se nikoli ne strinjajo.

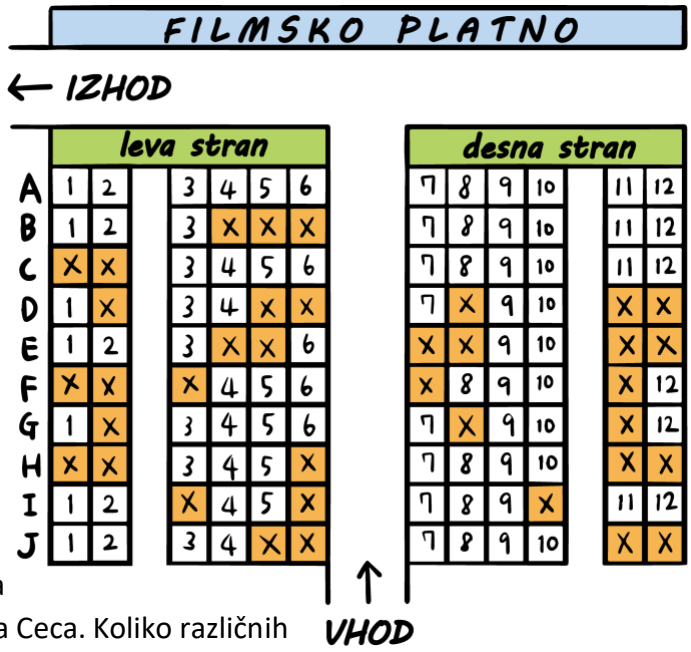
Računalniško ozadje

Logika je seveda del matematike, a tudi računalništvo temelji na njej.

Sedeži v kinu

državno, 8. – 9. razred in srednja šola

Trije prijatelji, Ana, Boštjan in Ceca, izbirajo sedeže v kinu. Sedeži, ki so označeni z X, so že zasedeni. Prijatelji imajo naslednje želje.



Ana: »Želim sedeti na desni strani.«

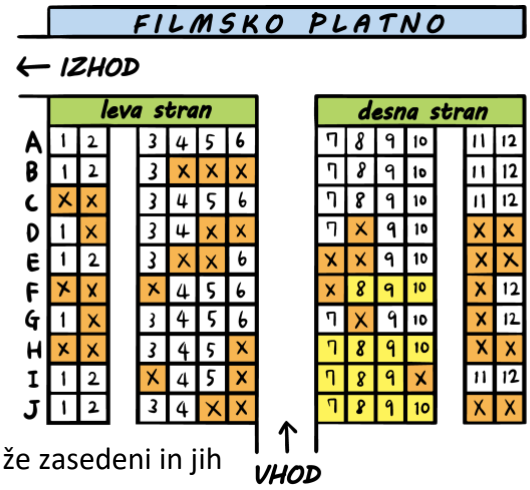
Boštjan: »Jaz pa želim, da vsi trije sedimo skupaj, eden zraven drugega v isti vrsti.«

Ceca: »Nočem sedeti preblizu filmskega platna. Ne maram karte v prvih treh vrstah.«

Če na primer vzamejo karte za sedeže G3, G4 in G5, bo Ana nezadovoljna, ker so sedeži na levi strani. Če vzamejo karte za sedeže D7, D9 in D10, bo nezadovoljen Boštjan, če pa vzamejo sedeže A7, A8 in A9, bo nezadovoljna Ceca. Koliko različnih kombinacij treh sedežev imajo prijatelji na razpolago, da bodo z izbiro vsi trije zadovoljni?

Rešitev

Pravilen odgovor je 6.



Poiskati moramo sedeže, ki zadostujejo vsem trem pogojem (željam Ane, Boštjana in Cece). Ker Ana želi sedeti na desni strani, lahko izbiramo le sedeže s številkami med 7 in 12. Ker želi Boštjan vse tri sedeže skupaj, moramo v vrsti poiskati tri proste sedeže. Torej lahko izbiramo le v vrstah A, B, C, F, H, I in J. Poleg tega lahko izbiramo le sedeže s številkami med 7 in 10. Ker Ceca ne želi sedeti v prvih treh vrstah, ne moremo izbrati vrst A, B in C. Sedeži, označeni z X, so že zasedeni in jih ne moremo izbrati. Tako nam ostane le še 14 sedežev, ki so na sliki označeni rumeno.

Tako imamo 6 skupin sedežev, kjer lahko vsi trije prijatelji sedijo skupaj v vrsti eden zraven drugega: F8-F9-F10, H7-H8-H9, H8-H9-H10, I7-I8-I9, J7-J8-J9 in J8-J9-J10.

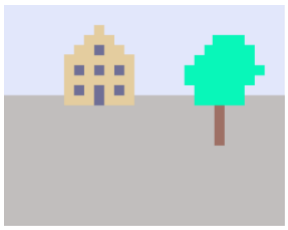
Računalniško ozadje

Predstavljen problem se ukvarja z iskanjem in omejitvami. Problem smo rešili tako, da smo poiskali sedeže v kinu, ki ustrezajo vsem trem željam naših prijateljev. To lahko naredimo tako, da po vrsti pregledamo vse možne skupine treh sedežev ter za vsako skupino ugotavljamo, ali zadostuje podanim omejitvam. Seveda je tak pristop zelo zamuden in zahteva ogromno dela. Zato je boljši način ta, da pogledamo vse omejitve (eno po eno) ter za vsako omejitev hitro odstranimo tiste možnosti, ki očitno ne zadostujejo tej omejitvi.

Sistemi z omejitvami, kot je bil ta v naši nalogi, se uporabljajo v različnih primerih, kot je na primer rezervacija kart za kino ali letalo. Tu je pomembno, da uporabimo tak algoritem, ki lahko hitro poišče rešitev, ki zadostuje zahtevam stranke.

Nadzorna kamera

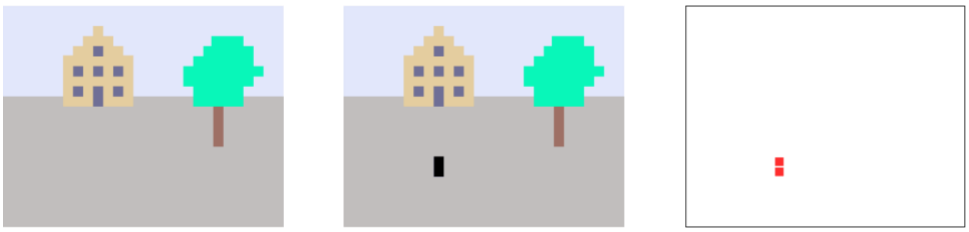
državno, 8. – 9. razred in srednja šola



Nadzorna digitalna kamera na mestnem trgu vsakih 10 sekund zajame sliko (primer take slike je na desni). Program za nadzor mestnega trga vsako novo sliko primerja s predhodno sliko in ustvari *sliko razlik*.

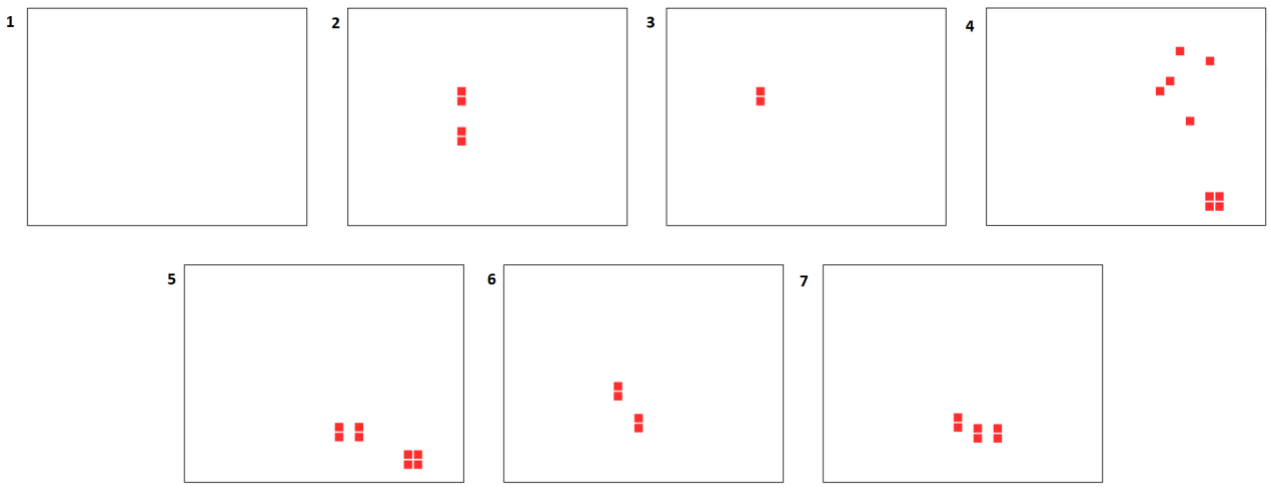
Na sliki razlik so označene le spremembe (razlike) med predhodno in trenutno sliko, in sicer z rdečo barvo. Kjer ni razlik, je slika bela.

Primer: za spodnji dve sliki prikazuje slika razlik (na desni) le spremenjene dele, ki so prikazani z rdečo.



V zadnji minuti je bilo na mestnem trgu kar živahno. Najprej so se odprla vrata mestne hiše, čez kakih 10 sekund pa je iz nje prišel župan, za seboj zaprl vrata in se sprehodil po trgu. Župan se je srečal s svojo ženo, jo prijel pod roko in skupaj sta odšla proti domu. Preko trga je zapihal veter.

Nadzorni program je sestavil naslednje slike razlik:



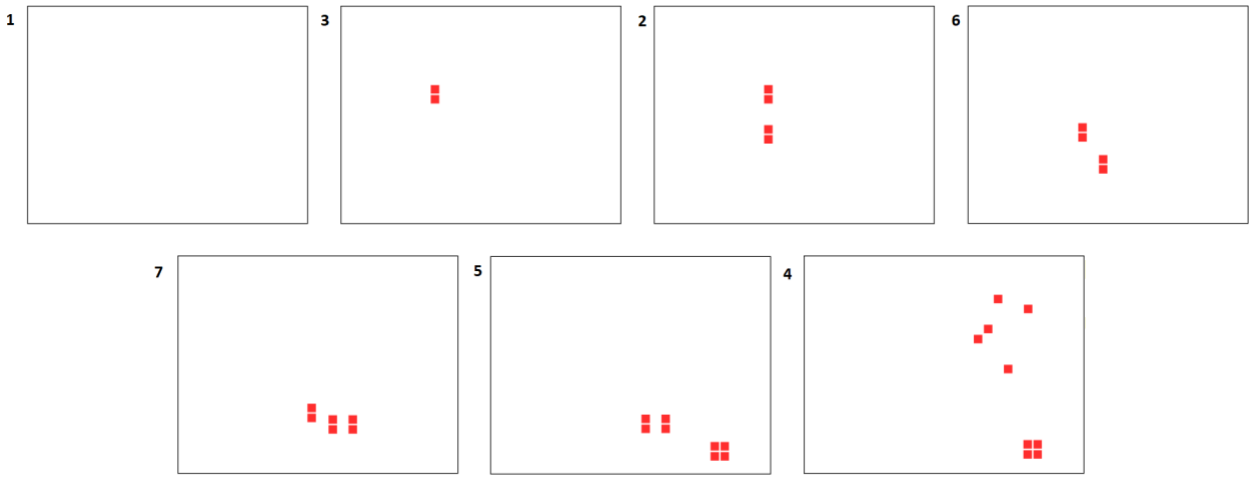
Kateri vrstni red slik predstavlja opisano dogajanje na trgu?

A. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
B. 1, 2, 3, 4, 6, 7, 5
C. 1, 2, 3, 5, 4, 6, 7
D. 1, 2, 3, 5, 4, 7, 6
E. 1, 2, 3, 6, 7, 5, 4
F. 1, 3, 2, 4, 5, 7, 6
G. 1, 3, 2, 5, 4, 6, 7
H. 1, 3, 2, 6, 7, 5, 4
I. 1, 3, 2, 6, 7, 4, 5
J. 1, 3, 2, 7, 6, 5, 4

Rešitev

Pravilen odgovor je H: 1, 3, 2, 6, 7, 5, 4.

Prva je slika 1, na kateri ni nobenih sprememb. Med sekundama 0 in 10 se odprejo vrata mestne hiše. Na sliki 3 sta dva rdeča kvadratka na mestu vrat, kar predstavlja to spremembo. Tudi na sliki 2 dva rdeča kvadratka predstavljata spremembo na sliki na mestu vrat, vendar je na tej sliki še druga sprememba, ki je odpiranje vrat ne pojasni. Ta sprememba predstavlja župana, ki je prišel na trg, vrata mestne hiše pa so se zaprla, zato je sprememba označena tudi na mestu vrat. Slika 6 prikazuje premik župana na trgu, ko se župan sprehodi preko trga. Premik župana po trgu je prikazan tudi na sliki 7, kjer se pojavi tudi nova razlika – prihod županove žene. Odhod para proti domu prikazuje slika 5, na kateri so razlike na mestu, kjer sta bila na predhodni sliki župan in njegova žena, in na mestu, kjer se nahajata na naslednji sliki. Na koncu je preko trga zapihal veter, kar je vidno na sliki 4, kjer so razlike v krošnji drevesa, katerega listi so zanihali v vetru. Na zadnji zajeti sliki ni več tudi župana z ženo, kar prikazujejo štirje mali kvadratki desno spodaj.



Računalniško ozadje

Procesiranje slik in njihova analiza sta zelo pomembni značilnosti vseh nadzornih sistemov na javnih mestih, na primer na letališčih ali železniških postajah. Lahko ju uporabimo za odkrivanje nepooblaščenega dostopa do omejenih področij ali pa za identifikacijo osumljencev v preiskavah. Vendar pa lahko z neprestanim nadzorom na javnih mestih neprimerno posegamo tudi v privatnost ljudi.

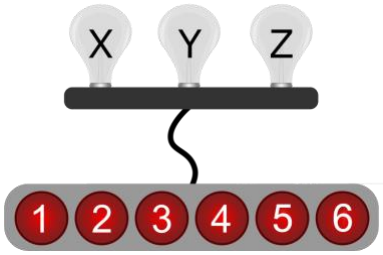
Primer prikazuje, kako lahko računalniški program pridobi informacije iz slik spletne kamere. Naloge analize slik so lahko zelo enostavne, kot je na primer branje QR ali bar kode na izdelkih v supermarketu, ali pa zelo zapletene, kot je na primer ugotavljanje spola in starosti osebe na podlagi slike njenega obraza.

Ugasni vse žarnice

državno, 8. – 9. razred in srednja šola

Imamo tri žarnice (označene z X, Y in Z), ki so povezane s šestimi gumbi.

- Gumb 1 prižge žarnico Y in ugasne žarnico X.
- Gumb 2 prižge žarnico Z in ugasne žarnico Y.
- Gumb 3 prižge žarnici X in Y ter ugasne žarnico Z.
- Gumb 4 prižge žarnico X in ugasne žarnico Y.
- Gumb 5 prižge žarnico Y in ugasne žarnico Z.
- Gumb 6 prižge žarnico Y, če je ta ugasnjena, oziroma ugasne žarnico Y, če je ta prižgana.



Če prižgemo žarnico, ki že gori, ta še naprej gori. Podobno velja za ugašanje že ugasnjene žarnice – ta še naprej ostane ugasnjena.

Vse žarnice so prižgane in jih želimo vse ugasniti. Zato moramo pritisniti gumbe v določenem zaporedju, a bi želeli pritisniti čim manj gumbov. Najmanj koliko krat moramo pritisniti na gumbe, da bomo ugasnili vse žarnice?

Rešitev

Pravilen odgovor je 3.

Katerikoli gumb pritisnemo na začetku, je (ostane) prižgana vsaj ena žarnica. Ker gumbi od 1 do 5 prižgejo vsaj eno žarnico, to ne morejo biti zadnji pritisnjeni gumbi. Torej moramo nazadnje pritisniti gumb 6, pri tem pa morata biti žarnici X in Z ugasnjeni, žarnica Y pa prižgana. Ker nimamo nobenega gumba, ki bi hkrati ugasnil obe žarnici X in Z, moramo poleg gumba 6 pritisniti še najmanj dva gumba, da ugasnemo vse tri žarnice. Ena od možnih rešitev je gumb 1, gumb 5 in gumb 6: gumb 1 najprej ugasne žarnico X, gumb 5 ugasne še žarnico Z, gumb 6 pa ugasne še žarnico Y. Drugi dve možni rešitvi, kjer gumbe pritisnemo le trikrat, sta še 3 ,1, 6 in 5, 1, 6. Vse ostale rešitve zahtevajo več pritiskov na gumbe (npr. 4, 1, 2, 3, 1, 6).

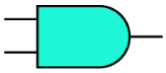
Računalniško ozadje

Logično sklepanje, iskanje pravilnega zaporedja ... so čisto računalniške zadeve.

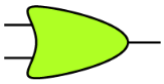
Barvno steklo

srednja šola

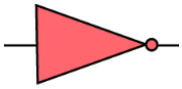
Steklenice so lahko prozorne ali pa barvne. Za predelavo stekla imamo tri vrste strojev. Dva stroja vzameta po dve steklenici naenkrat in ju predelata. Tretji stroj pa lahko naenkrat predela le eno steklenico.



Ta stroj izdela prozorno steklenico le takrat, ko mu podamo dve prozorni steklenici. V vseh drugih primerih (tj. če je vsaj ena steklenica barvna) pa izdela barvno steklenico.

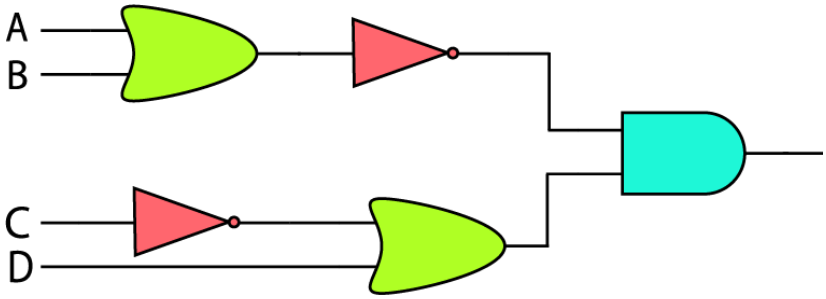


Ta stroj izdela barvno steklenico le v primeru, ko mu podamo dve barvni steklenici. V vseh drugih primerih (tj. če je vsaj ena steklenica prozorna) pa izdela prozorno steklenico.



Ta stroj spremeni barvno steklenico v prozorno ali prozorno steklenico v barvno.

Za predelavo stekla smo sestavili sistem na spodnji sliki.



Katere vrste steklenic lahko damo v stroje na mestih A, B, C in D, da bomo na koncu dobili prozorno steklenico?

A. A = prozorna, B = prozorna, C = barvna, D = prozorna
B. A = barvna, B = barvna, C = barvna, D = prozorna
C. A = prozorna, B = barvna, C = barvna, D = prozorna
D. A = barvna, B = barvna, C = prozorna, D = barvna

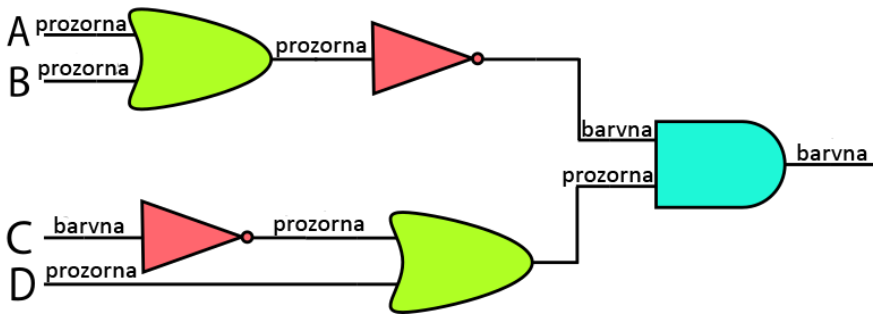
Rešitev

Pravilen odgovor je A = barvna, B = barvna, C = barvna, D = prozorna.

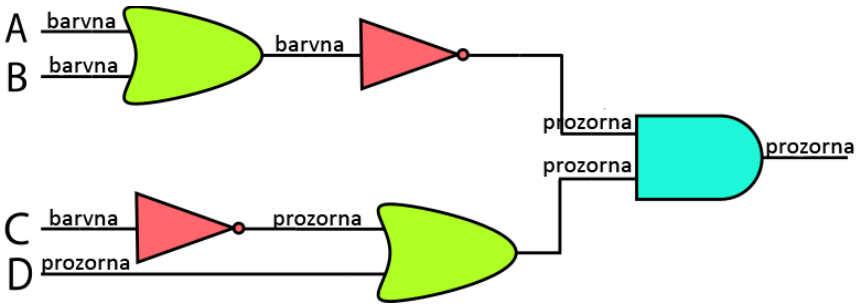
Za vsakega od podanih odgovorov lahko na sliki sestavljenega sistema na črte pripišemo še vrsto steklenice (ki jo vstavimo ali pa jo stroj izdela). Tako lahko preverimo končni izdelek za vsakega izmed vhodov ter poiščemo pravilnega.

Kot vidimo, je izmed štirih podanih možnosti slika 2 edina, ki na izhodu izdela prozorno steklenico.

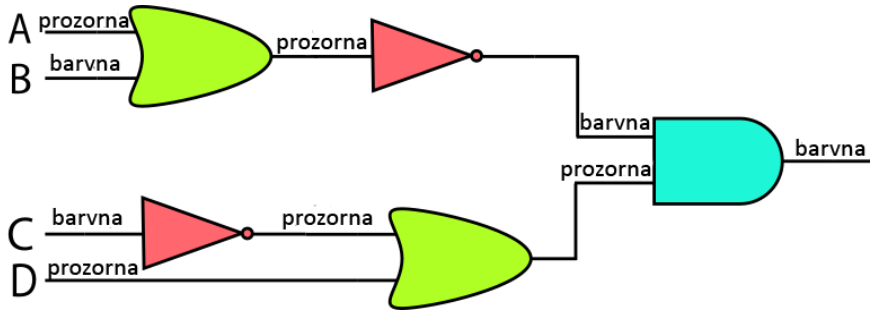
Slika 1:



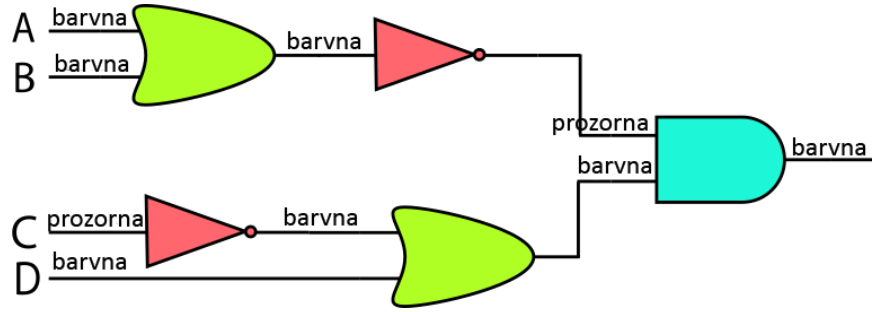
Slika 2:



Slika 3:



Slika 4:



Vendar pa to ni edina možna rešitev. Imamo namreč tri različne kombinacije vhodnih steklenic, iz katerih sistem strojev izdela prozorno steklenico:

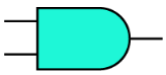
A = barvna, B = barvna, C = barvna, D = barvna
A = barvna, B = barvna, C = barvna, D = prozorna (to je odgovor B pri naši nalogi)
A = barvna, B = barvna, C = prozorna, D = prozorna

Računalniško ozadje

Računalniki vsebujejo vezja, ki so sestavljena iz različnih vrst manjših elementov, ki jih imenujemo vrata. Največkrat se uporablja vrata NOT, OR, AND ter XOR.

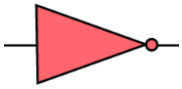
V nalogi smo uporabili vrata AND, OR in NOT, njihova grafična predstavitev v nalogi pa je enaka, kot se uporablja v inženirstvu.

Vrata delujejo z električnim signalom. Če je signal prisoten, to označimo z 1; če ni signala pa z 0. V logiki pa signal 1 pomeni »resnično«, signal 0 pa »neresnično«. Tako bi v naši nalogi prozorna steklenica pomenila *resnično* (ali 1), barvna steklenica pa *neresnično* (ali 0).



Vrata AND bodo dala na izhod vrednost *resnično* natanko takrat, ko bosta *resnična* oba vhoda.

Vrata OR bodo dala na izhod vrednost *resnično*, če bo *resničen* vsaj eden od vhodov.

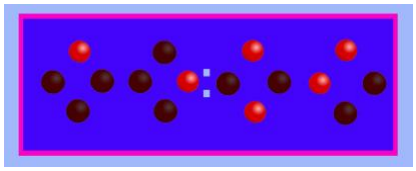


Vrata NOT obrnejo vrednost: če je vhod *resničen*, je izhod *neresničen* in obratno.

Koliko je ura?

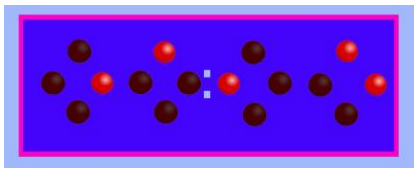
srednja šola

Nejc ima uro, ki kaže čas na nenavaden način. Ob 12.59 ura kaže takole:

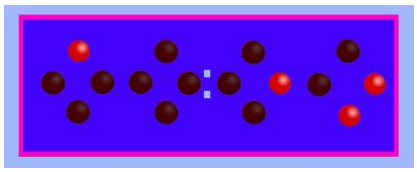


Katera od spodnjih slik prikazuje veljaven čas na Nejčevi uri?

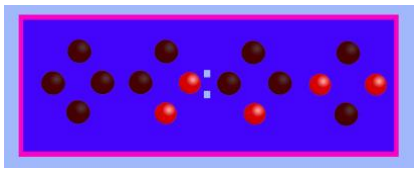
A.



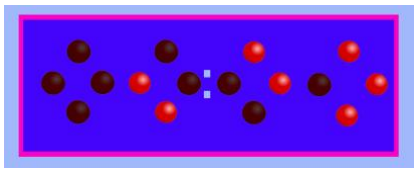
C.



B.



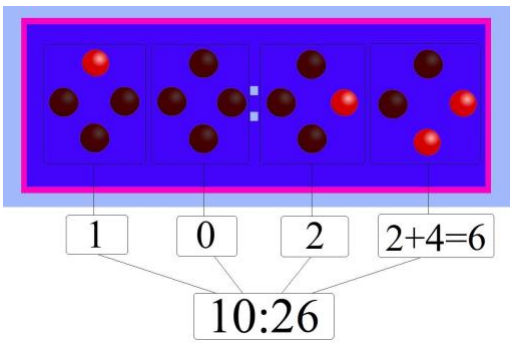
D.



Rešitev

Pravilen odgovor je C.

Številke na uri so zapisane v binarni obliki. Če jih pretvorimo v desetiško obliko, imamo na sliki A 2, 1, 8 in 3, torej 21:83, kar ni veljaven čas. Na sliki B je 0, 6, 4 in 10, torej 06:4 10, kar tudi ni veljaven čas. Na sliki D pa je 0, 12, 3 in 7, torej 0 12:37, kar tudi ni pravilen čas. Na sliki C pa je 1, 0, 2 in 6, kar se sestavi v veljaven čas 10:26.

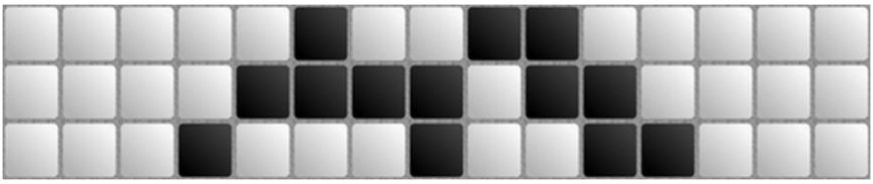


Računalniško ozadje

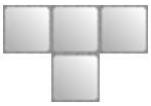
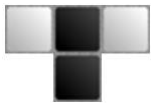
V računalnikih so vsi podatki zapisani v binarni obliki. Za ljudi pa je prikladnejša desetiška, zato takšnih ur (normalni ljudje) ne uporabljamo.

Črne in bele celice

srednja šola



Vrstični avtomat ima v eni vrstici več celic, ki so lahko črne ali bele barve. Avtomat sestavi naslednjo vrstico glede na barvo celic v predhodni vrstici z upoštevanjem naslednjih pravil:

Trojica zgoraj: Nova celica:				
Trojica zgoraj: Nova celica:				

Prva in zadnja celica v vrstici (razen morda v prvi vrstici) sta beli.

Spodnji vzorci prikazujejo dve vrstici avtomata, kjer v prvi vrstici manjka informacija o barvi treh celic. Kateri od podanih vzorcev **ne prikazuje** vzorca avtomata, ki upošteva zgoraj podana pravila?

A. 

B. 

C. 

D. 

Rešitev

Pravilen odgovor je A.

Vrstični avtomat ne more sestaviti vzorca, ki ga prikazuje slika A. Glede na barvo prvih dveh celic v prvi vrstici in celic v drugi vrstici je prva neznana celica na levi lahko le bela (tretje pravilo). Srednja neznana celica je lahko potem le črna (šesto pravilo). Tretja neznana celica pa je lahko potem le črna (sedmo pravilo). Naslednjo celico lahko dobimo le z uporabo četrtega pravila. Zadnje tri celice v pravi vrstici so tako črna-bela-bela, kar nam po drugem pravilu da v naslednji vrstici črno celico. Vendar pa je predzadnja celica v drugi vrstici bela, kar pomeni, da je nismo dobili z uporabo navedenih pravil.

Ostale slike pa prikazujejo veljavne vzorce.

Vzorec B:

Vzorec C:

Vzorec D:

Računalniško ozadje

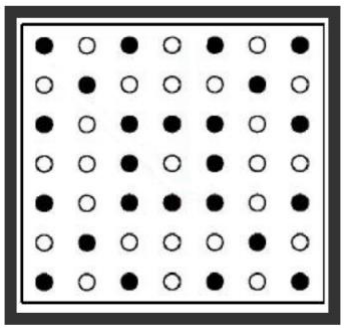
Poleg Game of Thrones obstaja tudi Game of Life. Je manj krvava in bolj logična. In v resnici povezana tudi s čim uporabnim. Več o njej si preberi na Wikipediji, pa boš izvedel tudi, kako je povezana s to nalogo.

Hotelski ključi

srednja šola

V hotelu so uvedli nov sistem odpiranja vrat hotelskih sob. Vsak gost za odpiranje sobe dobi kartico kvadratne oblike, na kateri je 7 x 7 lukenj. Luknje so lahko prazne ali pa zapolnjene. Čitalec kartic na vratih hotelske sobe zna prebrati vzorec na kartici in če je ta ustrezen, odpre vrata sobe.

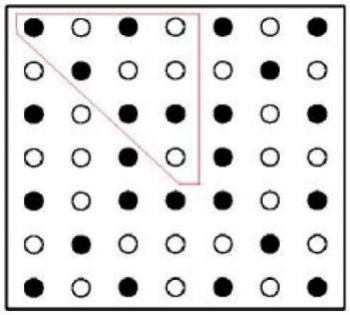
Kartico lahko v čitalec vstavimo poljubno obrnjeno: obe strani kartice sta enaki, kartice pa so simetrične, tako da ni pomembno, kako jo obrnemo pri vstavljanju v čitalec. Če mora imeti vsaka hotelska soba svoj ključ, koliko sob imamo lahko v hotelu?



Rešitev

Pravilen odgovor je 1024.

Če so kartice simetrične v vodoravni in navpični smeri, se lahko razlikujejo le po luknjah znotraj trikotnika, ki ga prikazuje slika.



Teh lukenj je 10, vsaka pa je lahko odprta ali pa zaprta. Tako imamo skupaj lahko $2^{10} = 1024$ različnih kartic.

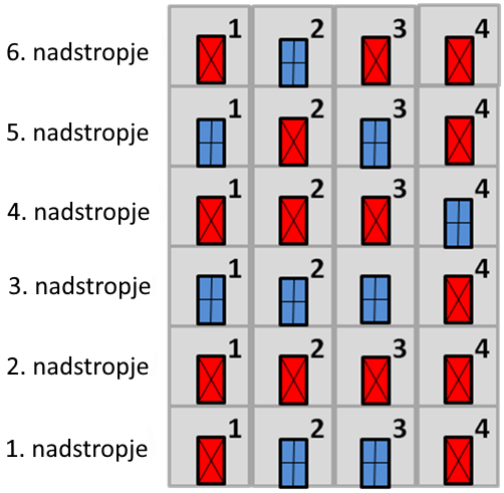
Računalniško ozadje

»Osnovna kombinatorika, Watson,« bi rekel Sherlock Holmes.

Barvanje vrat

srednja šola

V sosednjem bloku imajo vsa stanovanja rdeča (označena z X) ali modra (označena s +) vrata, kot kaže slika.

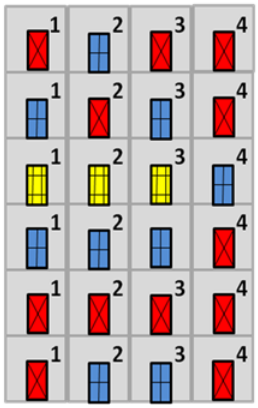


Stanovalci so se odločili, da bodo nekatera vrata pobarvali rumeno. Pleskar, ki v prostem času rad piše tudi računalniške programe, se je odločil, da bo za barvanje vrat na rumeno uporabil proceduro `Pobarvaj(nadstropje, vrata)`.

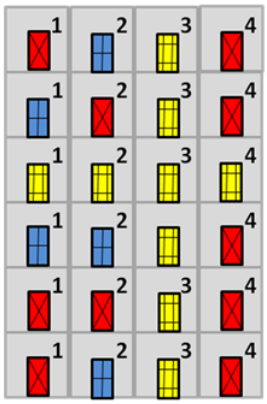
```
Pobarvaj(nadstropje, vrata) pomeni:
   če stanovanje(nadstropje, vrata) obstaja, naredi:
      če je barva vrat od stanovanje(nadstropje, vrata) rdeča,
      izvedi naslednjih pet vrstic:
         prepleskaj vrata od stanovanje(nadstropje, vrata) na rumeno
         Pobarvaj(nadstropje, vrata - 1)
         Pobarvaj(nadstropje, vrata + 1)
         Pobarvaj(nadstropje - 1, vrata)
         Pobarvaj(nadstropje + 1, vrata)
```

Kako bodo izgledala vrata stanovanj, ko bo pleskar izvedel proceduro `Pobarvaj(4, 3)`?

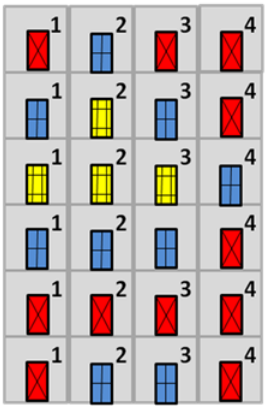
A.



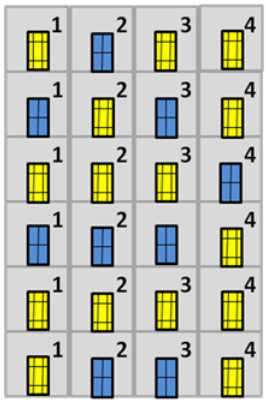
C.



B.



D.



Rešitev

Pravilen odgovor je B. Rumeno so pobarvana vsa rdeča vrata, do katerih lahko pridemo od začetnih vrat.

Pri odgovoru A so rumena le vrata levo od začetnih vrat.

Pri odgovoru C ni upoštevano, da se barvajo vsa sosednja vrata od trenutnih vrat. Poleg tega se barvanje ne zaključi, ko pride do modrih vrat.

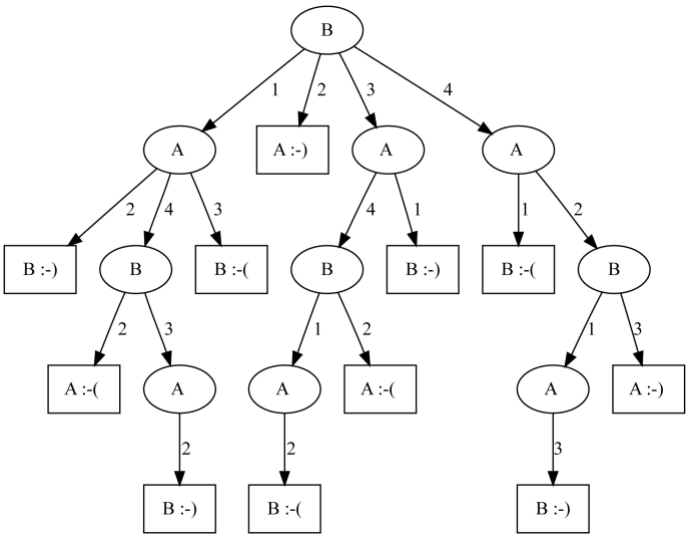
Pri odgovoru D so rumeno pobarvana vsa rdeča vrata, kar je preveč, saj do vseh rdečih vrat ne moremo priti od podanih začetnih vrat.

Računalniško ozadje

V nalogi je pleskar uporabil algoritem poplavljanja (angl. *flood fill*), ki se v računalniški grafiki uporablja za zapolnjevanje področij z novo barvo.

Najboljša strategija

srednja šola



Anej in Bor igrata igro, v kateri se izmenjujeta pri potezah. Na potezi je Bor in ima štiri možne poteze (1, 2, 3 in 4). Da bi lažje ugotovil, katera od štirih potez je najboljša (torej tista, ki ga vodi do zmage), je narisal drevo vseh možnih izidov igre. Začne na vrhu (B) in za vse štiri možne poteze nariše puščice, ki vodijo v naslednjo situacijo, ko je na potezi Anej (A). Nato za vsako od štirih možnosti, če igre še ni konec, nariše puščice za vsako potezo, ki jo lahko naredi Anej. In tako naprej.

V primerih, ko je pri neki potezi igre konec, v pravokotnik nariše za zmago igralca, ki je napravil potezo, vesel :-) in za poraz žalosten :-(obraz.

Katero izmed štirih možnih potez mora izbrati Bor, da bo v igri – če bo tudi naprej igral pametno – zagotovo zmagal?

Rešitev

Pravilen odgovor je: potezo 3.

Ko Bor odigra potezo 3, bo Anej najverjetneje izbral potezo 4 (saj bi ob izbiri poteze 1 takoj zmagal Bor). Nato pa lahko Bor izbere potezo 2 in Anej izgubi (torej zmaga Bor).

Pri vseh drugih izbranih potezah je vedno možnost, da zmaga Anej.

Računalniško ozadje

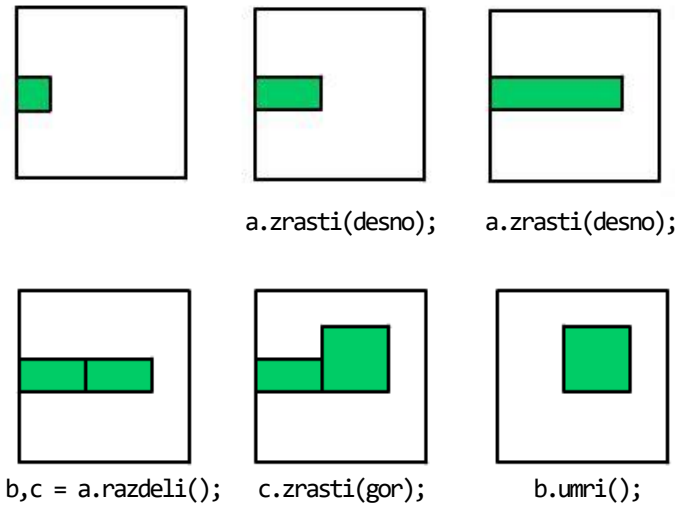
Preiskovanje dreves vseh možnih situacij se pogosto uporablja pri programiranju strateških računalniških iger, kot sta na primer šah ali štiri v vrsto. Seveda so v teh primerih drevesa veliko večja od tega v naši nalogi, zato pri iskanju ustrezne strategije ne moremo pregledati celega drevesa in uporabimo prilagojene algoritme.

Zrasti!

srednja šola

Gaber obožuje rastline, zato si je zamislil preprost programski jezik, s katerim lahko opiše grafični prikaz življenja rastline. V tem jeziku vedno začnemo z majhno rastlino, ki jo prikažemo s kvadratom. To rastlino tudi poimenujemo s poljubno črko (na primer a). Rastlina lahko nato izvede eno izmed treh različnih operacij: zraste, se razdeli ali pa umre.

Spodnja slika prikazuje kratek program, v katerem so uporabljene vse navedene operacije:



Operacija `zrasti()` vedno podvoji velikost rastline v podani smeri. Operacijo `razdeli()` lahko izvede le podolgovata rastlina (pravokotne oblike), kjer se razdeli na dve manjši rastlini enake velikosti. Kvadrat se ne more razdeliti.

Če bi želeli napisati program, ki začetno rastlino na levi strani spodnje slike spremeni v rastlino na desni, kateri bi bili prvi štirje ukazi tega programa?

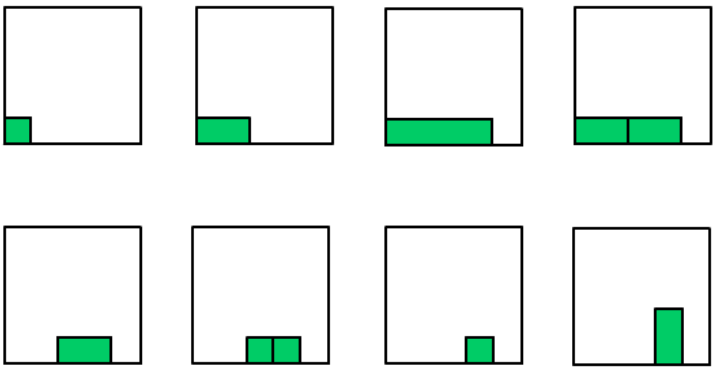
A. `a.zrasti(desno); a.zrasti(desno); b,c = a.razdeli(); b.umri();`
B. `a.zrasti(gor); a.zrasti(desno); a.zrasti(desno); b,c = a.razdeli();`
C. `a.zrasti(desno); a.zrasti(desno); a.zrasti(gor); a.umri();`
D. `a.zrasti(desno); b,c = a.razdeli(); c.zrasti(gor); c.zrasti(desno);`

Rešitev

Pravilen odgovor je A. Cel program je naslednji:

```
a.zrasti(desno); a.zrasti(desno); b,c = a.razdeli();

b.umri(); d,e = c.razdeli(); d.umri(); e.zrasti(gor);
```



Program pod C ni pravilen, saj po četrtem ukazu nimamo več rastlin (umre edina rastlina, ki jo imamo).

Programa pod B (s prvim in drugim ukazom) in pod D (s tretjim in četrtim ukazom) ustvarita kvadrat s širino dve, ki ga ne moremo več zmanjšati na pravokotnik s širino ene enote.

Računalniško ozadje

Način programiranja, pri katerem o podatkih razmišljamo kot o »objektih«, ki imajo določene lastnosti (npr. položaj in velikost) in določene zmožnosti (zrasti, umri...) rečemo objektno usmerjeno programiranje (*object oriented programming*). Takšen slog programiranja se je uveljavil v osemdesetih in devetdesetih in je še vedno osnova sodobnega pristopa k programiranju, saj je zelo sistematično in programerju pomaga urediti tako misli kot programe.

Žiga se je začel učiti nov programski jezik. Zanima ga, kako se program odloča med različnimi vrednostmi glede na to, ali je pogoj resničen ali neresničen.

Tako imamo v tem jeziku funkcijo IF, ki deluje takole:

```
IF(pogoj; vrednost1; vrednost2) =   vrednost1, če je pogoj resničen
                                    vrednost2, če je pogoj neresničen
```

Če imamo A = 3, B = 4 ter C = 5, katero vrednost nam vrne `IF(A > B; A; IF(B < C; C; B))`?

Rešitev

Pravilen odgovor je 5.

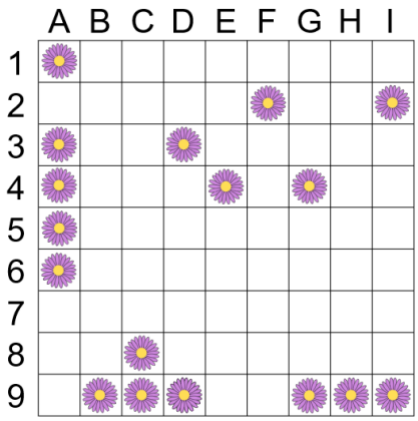
Ker pogoj A > B ni resničen (3 ni večje od 4), funkcija vrne vrednost IF(B < C; C; B). Nadalje, pogoj B < C je resničen (4 je res manjše od 5), zato funkcija vrne vrednost C, ki je enaka 5.

Računalniško ozadje

Operatorju, ki glede na to, ali je pogoj resničen ali ne, vrne eno ali drugo vrednost, pravimo *ternarni operator*. V točno takšni obliki kot v tej nalogi ga boš našel v Excelu. V računalniških jezikih pa ima pogosteje obliko `pogoj ? vrednost1 : vrednost2`. Če vgnezdimo dva pogoja, kot v nalogi, pa to hitro postane nepregledno: `A > B ? A : (B < C ? C : B)`.

Čebelji panj

državno, srednja šola



Čebelar bo čebele odpeljal na pašo na nenavaden travnik v obliki mreže, ki je predstavljen na spodnji sliki (vrstice so označene z 1 do 9, stolpci pa z A do I).

Še bolj nenavadne pa so njegove čebele, saj lahko po travniku letijo le vodoravno ali navpično. To pomeni, da je razdalja, ki jo čebela preleti med dvema celicama mreže, enaka vsoti vodoravne in navpične razdalje med tema dvema celicama. Na primer, razdalja med celicama C4 in D7 je 4, saj so med njima 3 celice navpično in 1 celica v vodoravni smeri.

Čebelar želi panj postaviti na tako mesto na travniku, da bodo čebele najlažje obiskale vse cvetlice na travniku (da bo skupna pot od panja do vsake cvetlice najmanjša). Kam naj ga postavi?

Rešitev

Pravilen odgovor je D5.

Problem lahko razdelimo na dva ločena podproblema: poiščemo vrstico s srednjo cvetlico v navpični smeri ter stolpec s srednjo cvetlico v vodoravni smeri. Ker je na travniku 17 cvetlic, je srednja cvetlica tako v vodoravni kot v navpični smeti ravno 9. cvetlica (to pomeni, da je 8 cvetlic na eni strani in 8 cvetlic na drugi strani te srednje cvetlice). Če cvetlice uredimo po navpični koordinati, je srednja cvetlica na A5 (8 cvetlic je na koordinatah od 1 do 4, 8 pa na koordinatah od 6 do 9). Torej moramo panj postaviti v vrstico 5. Če cvetlice uredimo po vodoravni koordinati, je srednja cvetlica ali na D3 ali na D9. Obe sta v stolpcu D, zato moramo panj postaviti v stolpec D. Torej je optimalna lokacija panja na D5.

Ker smo kot razdaljo med dvema celicama na travniku upoštevali vsoto vodoravne in navpične razdalje med tema celicama (in ne Evklidske razdalje), smo problem lahko razdelili na dva neodvisna podproblema (ločeno smo poiskali vrstico in ločeno stolpec), saj premik panja v eni koordinati ne vpliva na razdaljo v drugi koordinati. Tako smo lahko za iskanje optimalnega stolpca uporabili enak algoritem kot za iskanje optimalne vrstice; optimalno lokacijo pa sestavljata optimalni stolpec in optimalna vrstica.

Računalniško ozadje

Ustrezna rešitev tega problema (torej da za vsako možno pozicijo panja ne seštevamo vseh poti do posameznih cvetlic) uporablja princip *deli in vladaj*, pri katerem problem razdelimo na dva podproblema, ki ju lahko rešujemo ločeno: poišči optimalno vrstico in poišči optimalen stolpec. Ko rešimo oba podproblema, rezultata združimo v rešitev problema.

Razdalja med besedami

državno, srednja šola

Nad besedami lahko naredimo naslednje tri operacije:

- v besedo vstavimo eno črko,
- iz besede odstranimo eno črko,
- eno črko v besedi zamenjamo za drugo črko.

Najmanjše število operacij, ki jih moramo narediti, da eno besedo spremenimo v drugo, imenujemo *razdalja* med tema dvema besedama.

Tako je na primer razdalja med besedama *pilot* in *milost* enaka 2:

1. pilot $\rightarrow$ milot (p zamenjamo za m),
2. milot $\rightarrow$ milost (vstavimo črko s).

Kakšna pa je razdalja med besedama *bobrovka* in *zaobroba*?

Rešitev

Pravilen odgovor je 4.

Ena od možnih rešitev je naslednja:

1. bobrovka $\rightarrow$ zobrovka (zamenjamo črko b za črko z),
2. zobrovka $\rightarrow$ zaobrovka (vstavimo črko a),
3. zaobrovka $\rightarrow$ zaobroka (odstranimo črko v),
4. zaobroka $\rightarrow$ zaobroba (zamenjamo črko k za črko b).

Rešitev dobimo tako, da preverimo vse možne spremembe ene besede v drugo z uporabo omenjenih treh operacij. Ker je takih možnosti zelo veliko, si pomagamo z računalniškim programom. Algoritem uporablja dinamično programiranje. Primer: https://andrew.hedges.name/experiments/levenshtein/.

Računalniško ozadje

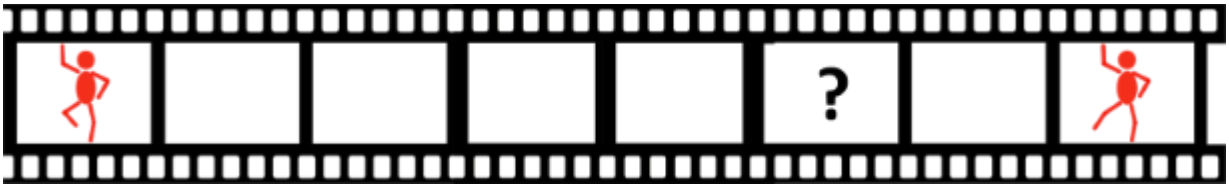
V nalogi smo računali *Levenshteinovo razdaljo*, najmanjše potrebno število popravkov na črkah, da eno besedo spremenimo v drugo. Tako popravno razdaljo uporabljajo črkovalniki, sistemi za optično prepoznavanje znakov, programi za pomoč pri prevajanju, uporablja pa jo tudi Google, če se pri vpisu besede v iskalnik zmotimo.

Plešoči možic

državno, srednja šola

Vasilij je pripravil animirano zaporedje sličic plešočega možica. Možic lahko izvede tri različne gibe: lahko premakne levo ali desno roko ali pa desno nogo. Naenkrat lahko naredi le enega od naštetih gibov.

Na sliki sta prikazana prvi in zadnji okvir zaporedja.



V vmesnih okvirjih je naslednjih 6 različnih pozicij možica, in sicer v vsakem okvirju ena, torej se ne ponavljajo (vsaka pozicija je le v enem okvirju). Seveda se dve zaporedni poziciji lahko razlikujeta le za en gib.

Katera pozicija možica je v 6. okvirju?

A 

B 

C 

D 

E 

F 

Rešitev

Pravilen odgovor je E: 

Gibe možica lahko zakodiramo z 0 (skrčena okončina) in 1 (iztegnjena okončina) ter jih zapišemo po vrsti za desno nogo, desno roko in levo roko. Tako bi začetno pozicijo (v prvem okvirju) lahko zapisali kot 000, saj ima možic pokrčene obe roki in desno nogo. Pozicija v zadnjem okvirju pa je 100, ker ima možic iztegnjeno desno nogo in pokrčeni obe roki.

En gib možica pomeni sprememba le ene od treh vrednosti v zapisu pozicije. Kako lahko pridemo iz začetne pozicije 000 do končne pozicije 100 tako, da naenkrat spremenimo le eno vrednost? Rešitvi sta dve (spremembe so označene krepko):

	prva:	druga:
1. okvir:	000	000
2. okvir:	00**1**	0**1**0
3. okvir:	0**1**1	01**1**
4. okvir:	01**0**	0**0**1
5. okvir:	**1**10	**1**01
6. okvir:	11**1**	1**1**1
7. okvir:	1**0**1	11**0**
8. okvir:	10**0**	1**0**0

Pri obeh rešitvah pa je pozicija v šestem okvirju opisana z 111, kar pomeni, da ima možic iztegnjeno desno nogo in obe roki.

Računalniško ozadje

Triku, ki smo ga uporabili pri iskanju rešitve, rečemo Grayevo kodiranje (https://en.wikipedia.org/wiki/Gray_code). Uporabno je na številnih nepričakovanih mestih, od načrtovanja zanesljive strojne opreme do reševanja ugank, kot so kitajski prstani (https://en.wikipedia.org/wiki/Baguenaudier) in Hanojski stolpi (https://en.wikipedia.org/wiki/Tower_of_Hanoi).

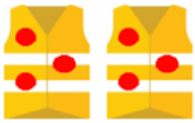
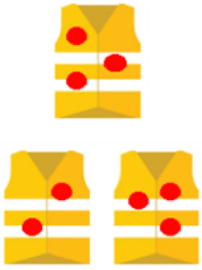
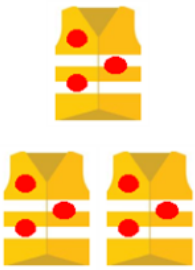
Pranje jopičev

državno, srednja šola

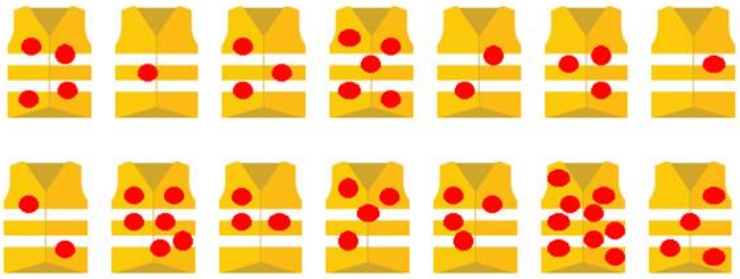
V enem pralnem stroju moramo oprati vse jopiče, ki smo jih uporabili na festivalu paradižnikov (saj veste, kjer se obmetavamo s paradižniki). V pralnem stroju lahko istočasno operemo do 3 jopiče. Pri tem velja:

- Število ur, ki so potrebne za pranje enega jopiča, je enako številu madežev, ki so na njem.
- Število ur, ki so potrebne za pranje dveh jopičev hkrati, je enako številu madežev na bolj umazanem jopiču.
- Število ur, ki so potrebne za pranje treh jopičev hkrati, je enako številu madežev na drugem najbolj umazanem jopiču.

Spodnja tabela prikazuje nekaj primerov, pri katerih pranje traja 3 ure.

1 jopič	2 jopiča	2 jopiča	3 jopiči	3 jopiči
				

Najmanj koliko časa je potrebno za pranje 14-ih jopičev na spodnji sliki?



12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

Rešitev

Štirinajst ur.

Najprej uredimo jopiče po številu madežev: 1 1 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 6 9. Ker bomo prali po tri hkrati, bo to zahtevalo vsaj pet pranj. Če bi optimalna rešitev zahtevala šest pranj, bi lahko dve pranji združili in tako dobili rešitev s petimi pranji.

V štirih od teh petih pranj bomo prali tri jopiče, v enem dva. Najprej bomo sestavili pare iz prvih desetih manj zapackanih jopičev, nato bomo dodali bolj zapackane. Pare bomo zato sestavili tako, da bo vsota večjih elementov parov čim manjša. Takšni pari so, preprosto (1 1) (2 2) (3 3) (3 4) (4 4)– vsota e 1 + 2 + 3 + 4 + 4 = 14. Če karkoli zamenjamo, se vsota poveča.

Natančno toliko, namreč 14 ur, pa potrebujemo tudi za pranje vseh jopičev. K tem parom namreč razdelimo štiri bolj zamazane jopiče: (1 1 4) (2 2 5) (3 3 6) (3 4 9) (4 4). Ker pranje treh jopičev zahteva toliko ur, kolikor je madežev na drugem najbolj umazanem jopiču, ti dodatni jopiči na podaljšajo časa pranja.

Računalniško ozadje

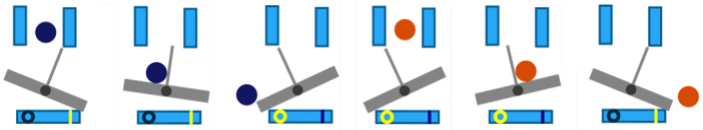
Optimizacijski problemi so problemi, kjer iščemo najboljšo rešitev glede na določene kriterije in v okviru določenih omejitev. Eden od pristopov je takoimenovani požrešni pristop, kjer elemente problema uredimo po določenem kriteriju (v tem primeru smo uredili jopiče po velikosti) in jih nato obravnavamo v tem vrstnem redu. Požrešni pristop pogosto ne poišče optimalne rešitve, vendar ga uporabljamo takrat, ko bi bilo iskanje optimalne rešitve prezahtevno. Za nekatere probleme pa se pokaže, da tudi požrešni pristop vodi k optimalni rešitvi – in ta naloga je ena izmed njih.

Števec

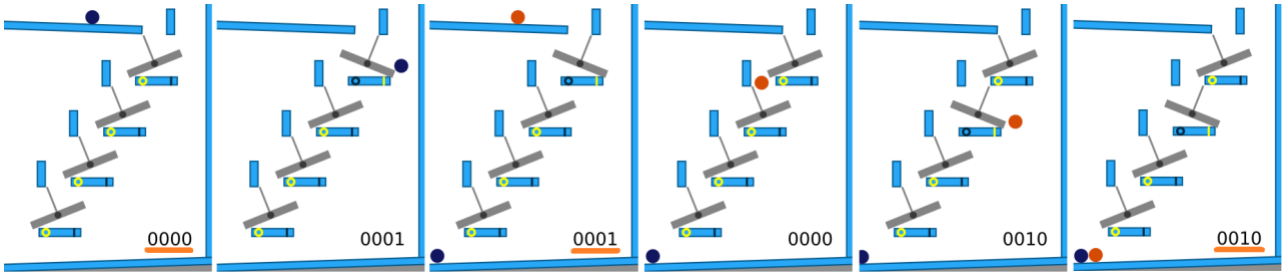
državno, srednja šola

Imamo stroj s štirimi premikajočimi se palicami. Palica je lahko nagnjena v levo (), kar označimo z 0, ali desno (), kar označimo z 1.

Ko skozi stroj spustimo žogico in ta pristane na palici, se palica nagne, žogica pa se zvali navzdol in pade naprej.



Slika prikazuje stanje stroja, ko padeta dve žogici. Stanje stroja na začetku označimo z 0000, stanje po spustu prve žogice je 0001, po spustu druge pa 0010.



Kakšno bo stanje stroja, če za tema dvema žogicama spustimo skozenj še 160 žogic?

Rešitev

Enako, 0010.

Tole ni nič drugega kot štetje v dvojiškem zapisu. Stroj ima štiri bite, zato stanju 1111 sledi stanje 0000 – vse palice se nagnejo levo. Stanje stroja se ponovi vsakih 16 kroglic. Če jih spustimo še 160, bo stroj naredil ravno deset polnih krogov in njegovo stanje bo zato takšno, kot je trenutno.

Računalniško ozadje

Stroj je eden od mnogih zabavnih načinov, kako lahko fizično prikažemo dvojiško štetje.