Bober 2014

Naloge in rešitve šolskega in državnega tekmovanja

Izbor nalog za tekmovanje: Programski svet tekmovanja,
Janez Demšar (predsednik; FRI, Univerza v Ljubljani)
Alenka Kavčič (FRI, Univerza v Ljubljani)
Nino Bašič (FMF, Univerza v Ljubljani)
Špela Cerar (PeF, Univerza v Ljubljani)
Marjan Horvat (FERI, Univerza v Mariboru)

Prevajanje, prirejanje in oblikovanje: Alenka Kavčič, Špela Cerar, Janez Demšar in Nino Bašič. Pri prevajanju nekaterih nalog za državno tekmovanje so pomagali tudi študenti FRI.

Pomoč pri izboru in obdelavi nalog za prvo triletje (šolsko tekmovanje):
Andreja Filipič (OŠ Spodnja Idrija), Tanja Čuk (OŠ Spodnja Idrija)

Tehnična pomoč pri izvedbi tekmovanja: Nataša Mori, Gašper Fele Žorž, Milutin Spasić, Dean Gostiša, Andrej Brodnik ter študenti in osebje FRI UL.

Kazalo nalog

O tekmovanju in knjižici

Novo tekmovanje, nova zbirka nalog. Tokrat tudi za srednje šole in gimnazije.

Knjižica je namenjena učiteljem, ki se želijo pogovoriti o nalogah z učenci ali pa uporabiti naloge pri pouku, krožku, podaljšanem bivanju ... Tako kot otroci radi tečejo, tudi radi razmišljajo in naša naloga je poskrbeti, da jih veselje ne mine in ne postanejo z leti počasnejši tako po telesu kot po duhu.

Knjižica je namenjena učencem in dijakom. Ne le kot priprava za prihodnja tekmovanja. To še najmanj. Uporabljajte jo kot zbirko miselnih problemov. Morda so nekateri za vas prelahki, drugi pretežki. Uredili smo jih po težavnosti, pa naj vsak sam ugotovi, kje se mu splača začeti in kje končati.

Knjižica je namenjena organizatorjem tekmovanja, da imamo na kaj biti ponosni. ;) V tekmovanje je bilo vloženega veliko dela, zato nas veseli, da postaja vedno bolj priljubljeno in množično. Letos je sodelovalo skoraj 13000 osnovnošolcev in skoraj 4000 srednješolcev; po množičnosti je Slovenija lani zaostajala le za Slovaško in Litvo – bomo videli, ali jih bomo letos prehiteli. Tudi držav, ki sodelujejo, je vedno več; pisani druščini od Kitajske in Avstralije do Japonske in Kanade se vsako leto pridružijo nove. Naloge v knjižici smo letos opremili z zastavicami, ki povedo, iz katere države izvira posamezna naloga.[1] Kar pisano, ne?

V knjižice je 63 nalog. Kaj vzeti v roke, ko jih zmanjka? Tule je nekaj naslovov, ki vas bodo potešili:

- domača stran tekmovanja, tekmovanja.acm.si/bober, na kateri boste našli tudi stare knjižice in naloge,
- več kot 120 nalog s preteklih tekmovanj, rešitve in kup drugega materiala za učitelje, frača.si/bober,
- zbirka aktivnosti za pouk računalništva brez računalnika, www.vidra.si.

Naj vam bo reševanje v veselje.

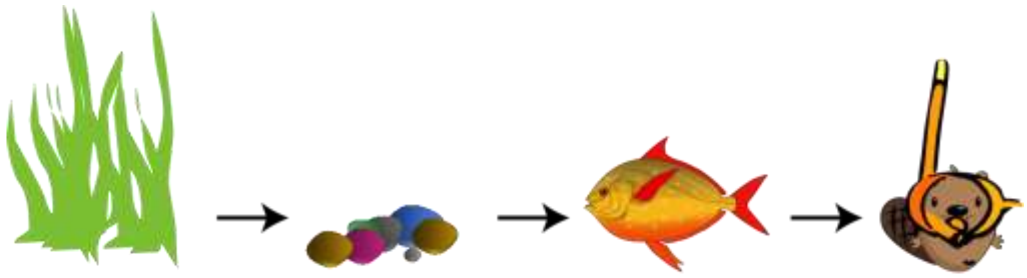
Programski svet tekmovanja

[1] Kdo zna prešteti, koliko je različnih zastavic ob nalogah?

Nalepke

Šolsko, 2. in 3. razred

Bobrček Janezek lepi nalepke na sliko akvarija: najprej travo, nato kamne, ribo in na koncu bobra.



Kakšen je končni izdelek?

A.

B.

C.

D.

Rešitev

Končni izdelek kaže slika A. Slika B je napačna, ker bober ni na vrhu – riba je pred njim. Slika C je napačna, ker je trava pred ribo. Slika D je nemogoča, ker riba plava skozi travo.

Računalniško ozadje

Pri programiranju moramo razmišljati o tem, v kakšnem vrstnem redu moramo podati ukaze, da dobimo, kar želimo.

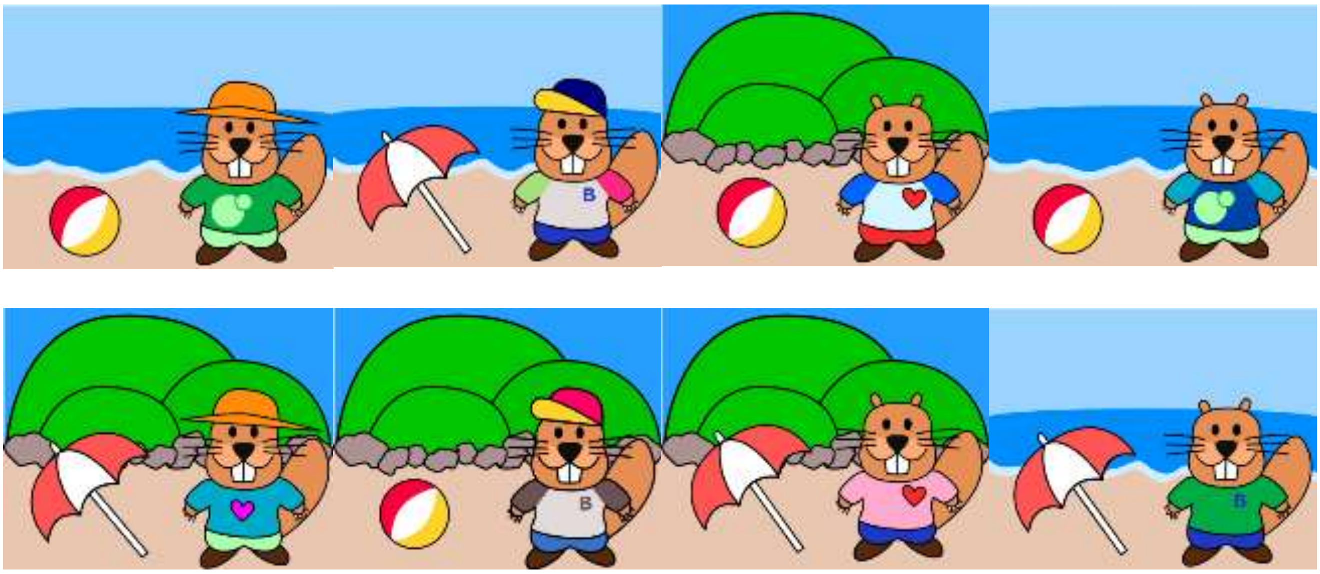
Slika z morja

Šolsko, 2. in 3. razred

Bober Matjaž bi rad poslal Alenki sliko z morja. Alenka bi rada sliko, na kateri

- je sončnik,
- Matjaž nima kape,
- se vidi morje.

Katero sliko bo poslal?



Rešitev

Poslal ji bo zadnjo sliko.

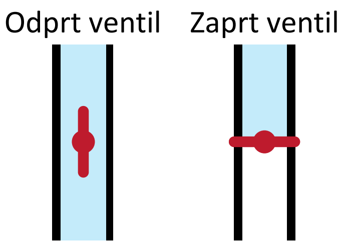
Sončnik je na drugi, peti, sedmi in osmi sliki. Matjaž je brez pokrivala na tretji, četrti, sedmi in osmi. Morje se vidi na prvi, drugi, četrti in osmi.

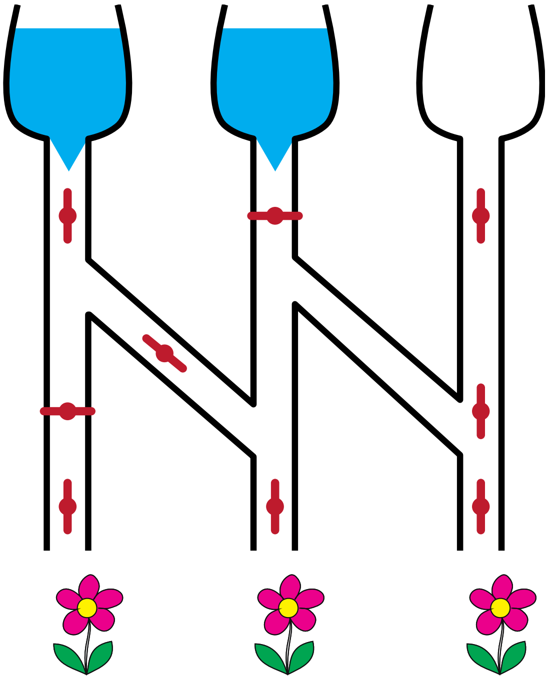
Računalniško ozadje

Vsako sliko opišimo s tremi črkami D ali N. D na prvem mestu bo povedal, da je na sliki sončnik; če ga ni, bo na prvem mestu N. Črka na drugem mestu označuje, ali je Matjaž gologlav (D) ali ne (N). Tretji znak bo povedal, ali se na sliki vidi morje (D) ali ne (N). Slike, po vrsti, opišemo z NND, DND, NDN, NDD, DNN, NNN, DDN in DDD. Če bi namesto D in N pisali 1 in 0, bi dobili 001, 101, 010, 011, 100, 000, 110 in 111. Različnih možnosti je natančno toliko, kolikor je števil, ki jih lahko pokažemo s tremi prsti. (Ne moremo pokazati s tremi prsti le treh števil? Ne, ne. Poglej http://vidra.si/do-koliko-lahko-steje-stonoga, pa boš izvedel, kako je s tem.)

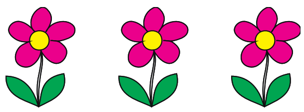
Zalivanje

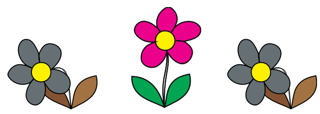
Šolsko, 2. in 3. razred

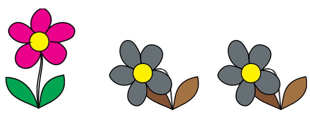


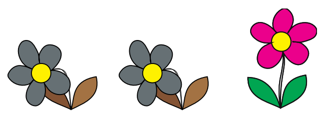


Katere rože bodo zalite?

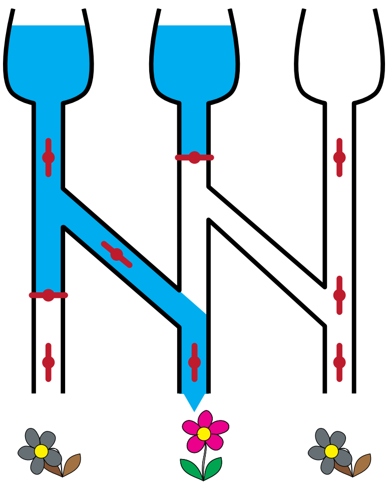
A. 

B. 

C. 

D. 

Rešitev



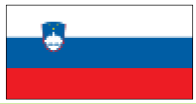
Računalniško ozadje

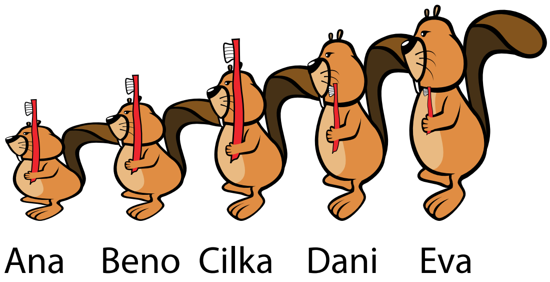
Računalniki so sestavljeni iz čipov, ti pa iz "logičnih vrat". Ta se obnašajo podobno kot ventili iz naloge, le da se skoznje namesto vode pretaka elektrika, namesto cevi pa jih povezujejo žice.

Vse elektronske naprave, od telefonov do najbolj zapletenih računalnikov, so sestavljene le iz ogromnega števila takšnih "električnih ventilov".

Zobne krtačke

Šolsko, 2. in 3. razred





Vsak bober ima zobno krtačko primerno svoji velikosti. Danes so se malo poigrali in vzeli napačne.

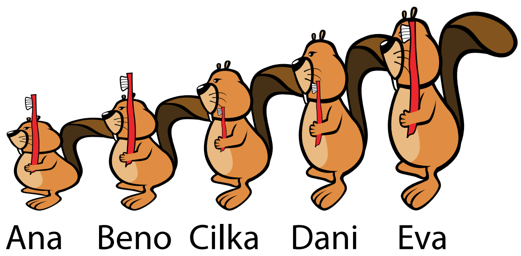
"*Stojte!*" zakliče mama. "*Eva in Cilka, zamenjajta krtački!*"

Ko jih zamenjata, nadaljuje: "*Ana in Cilka, zamenjajta krtački.*"

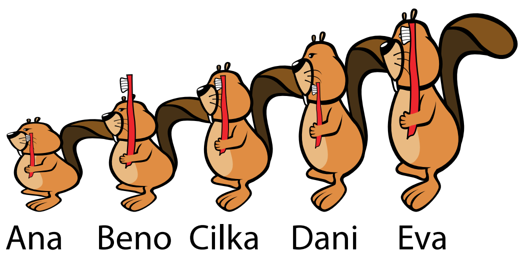
Nato se je mama zmedla. Kateri par mora še zamenjati krtački, da bo imel vsak bober svojo?

Rešitev

Ko zamenjata krtački Eva in Cilka, so bobri videti tako.



Ko jih nato zamenjata Ana in Cilka, dobimo tole.



Krtački morata torej zamenjati še Beno in Dani.

Računalniško ozadje

Programerji so podobni mamam, le da ne ukazujejo bobrom, kako naj si menjajo krtačke, temveč računalnikom, kako naj premikajo podatke po pomnilniku.

Biserne ogrlice

Šolsko, 2. – 7. razred

Princesa je na plesu nosila biserno ogrlico na desni. Zvečer si jo je odpela in jo položila v predal k ostalim. Kot veleva navada, mora danes nositi isto ogrlico. Vendar ima v predalu štiri. Katera je prava?

A. 

B. 

C. 

D. 

Rešitev

Prava je ogrlica B.

V ogrlici A je vsaka temna kroglica sama zase, medtem ko sta na ogrlici, ki jo je nosila na plesu, dve črni kroglici ena zraven druge. C ima le 12 kroglic, ogrlica s plesa pa jih je imela 13. D ima šest temnih kroglic namesto pet.

Računalniško ozadje

Biseri so nanizani po določenem vzorcu. Da najdemo pravo ogrlico, je potrebno odkriti ta vzorec.

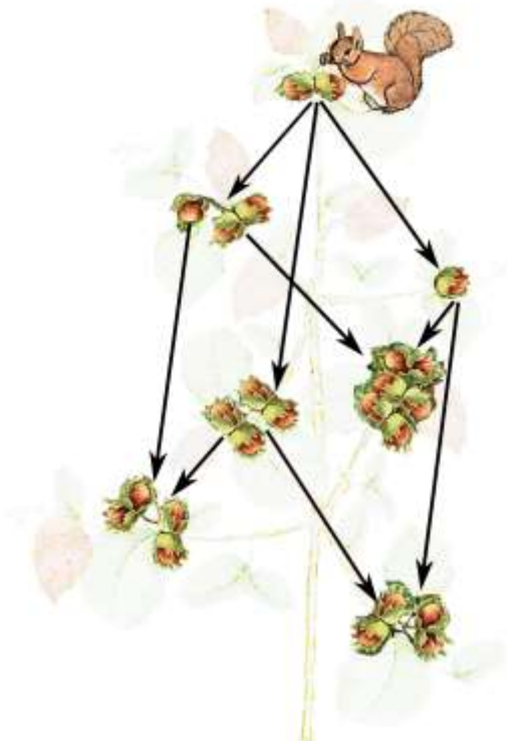
V računalništvu pogosto primerjamo reči iz različnih virov. Pri delu s slikami pogosto iščemo delček slike znotraj večje slike: programi za obdelavo slik znajo, recimo, poiskati slike, na kateri je določena oseba.

Lešniki

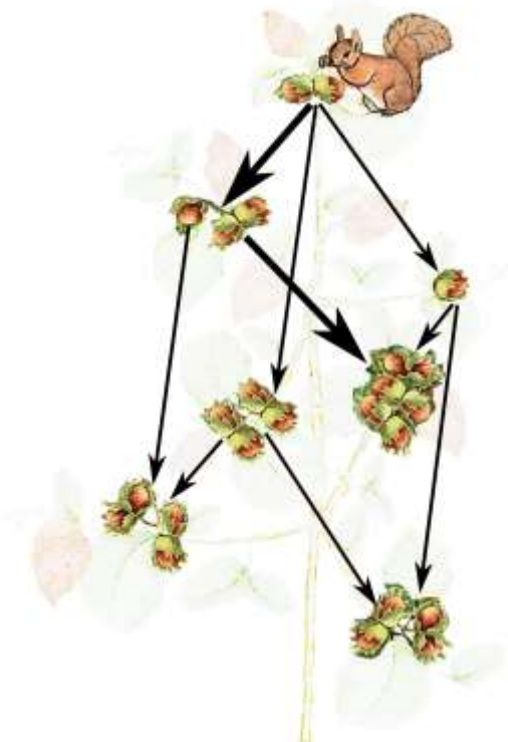
Šolsko, 3. razred

Veverica se spušča po leski in nabira lešnike.

Hoditi sme le po puščicah. Koliko lešnikov bo nabrala, če gre po poti, na kateri jih bo največ?



Rešitev



Če gre po poti na levi sliki, bo nabrala enajst lešnikov.

Računalniško ozadje

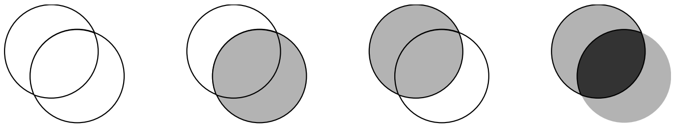
Nalogo najlažje rešimo tako, da preverimo vse možne poti in pazimo, da nobene ne izpustimo. Računalnikarji temu učeno rečejo "izčrpno preiskovanje".

Tako reševanje je možno zato, ker je različnih poti le malo. Če bi jih bilo več, bi morali uporabiti bolj zapletene postopke, ki ne pregledajo vseh poti, vendar so narejeni tako, da zagotovo ne prezrejo najboljše.

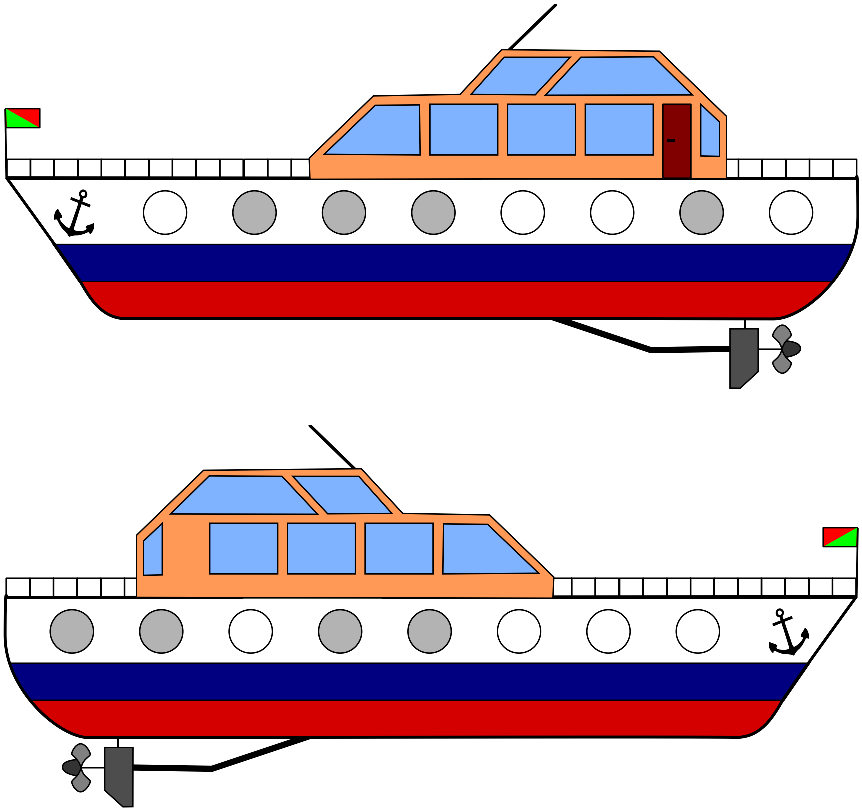
Ladijska okna

Šolsko, 3. – 7. razred

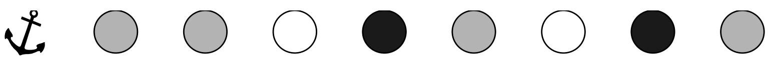
Ladijska okna so prosojna ali zatemnjena. Če pogledamo skozi dve zatemnjeni okni, postavljeni eno za drugo, vidimo popolnoma temno okno.



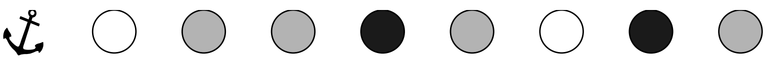
Spodnji sliki kažeta levo in desno stran neke ladje.

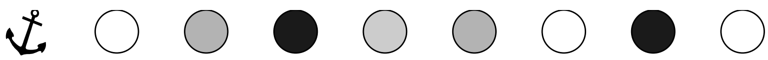


Če se postavimo na levo stran ladje, tako da se okna na levem in desnem boku ladje ravno prekrivajo, in pogledamo "skozi ladjo", kakšna okna bomo videli?

A. 

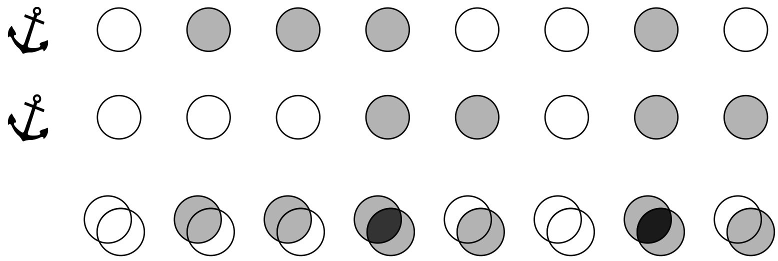
B. 

C. 

D. 

Rešitev

Pri reševanju naloge ne smemo pozabiti "obrniti" ladje, ko razmišljamo o oknih na desni strani. Videli bomo tole:



Računalniško ozadje

Računalnikarji (matematiki pa sploh) pogosto seštevamo cele vrstice števil. Takšnim vrsticam pravimo "vektorji" in jih seštevamo "po parih", takole

```
  <0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0>
+ <0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1>
= <0, 1, 1, 2, 1, 0, 2, 1>
```

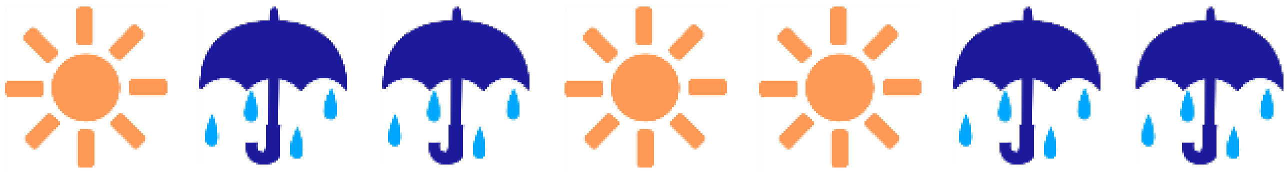
Igrišče

Šolsko, 4. in 5. razred

Bober Marko se takole odloči, kje se bo igral:

- Če je sončno, gre plavat v reko.
- Če dežuje, vendar je bilo včeraj sončno, se igra v hiši.
- Če dežuje že natančno dva dni zapored, se igra na rečnem bregu.
- Če dežuje že vsaj tri dni zapored, se ne igra.

Oglej si, kakšno je bilo vreme v zadnjem tednu. Danes smo sedmega novembra. Kje se bo igral?



1. nov	2. nov	3. nov	4. nov	5. nov	6. nov	7. nov, (danes)

Rešitev

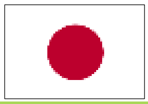
Igra se na rečnem bregu, saj dežuje drugi dan zapored.

Računalniško ozadje

Ena od osnovnih sestavin računalniških programov je pogojni stavek, s katerim določimo, da naj se nek del programa izvede le, kadar drži določen pogoj. Ko se Marko odloča, kje se bo igral, izvaja preprost "program".

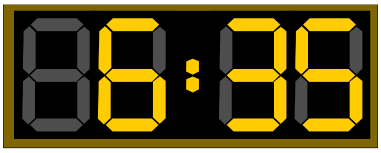
Pokvarjena ura

Šolsko, 4. in 5. razred

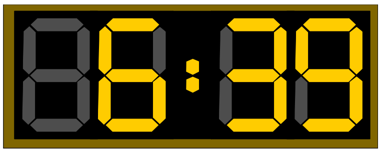


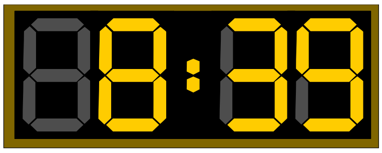
Bober Martin ima uro, ki kaže številke tako, kot je narisano na sliki.

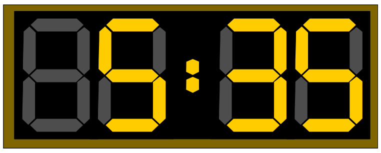
Včeraj mu je padla na tla in (natančno!) ena črta se ne prižiga več. Trenutno kaže

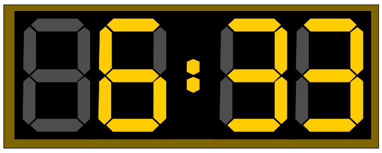


vendar Martin ve, da ura ne more biti toliko – morda je več, morda manj. Koliko bi lahko bila?

A. 

B. 

C. 

D. 

Rešitev

Pravilni odgovor je A, 6:39.

B je napačen, ker sta dodani dve črtici (ena pri 8 in ena pri 9). C ni pravilen, ker je ena črtica odvzeta (pri 5). Tudi D ne more biti pravilen, ker pri spreminjanju 5 v 3 eno črtico dodamo in eno odvzamemo.

Kakšni so drugi možni časi? Vse možne spremembe števk so 6 $\rightarrow$ 8, 3 $\rightarrow$ 9, 5 $\rightarrow$ 6 ali 9. Torej lahko 6:35 spremenimo v 8:35, 6:95, 6:36 ali 6:39. Ker ura ni nikoli 6:95, bi bila poleg pravilnega odgovora možna še 8:35 in 6:36 – vendar nista bila med ponujenimi odgovori.

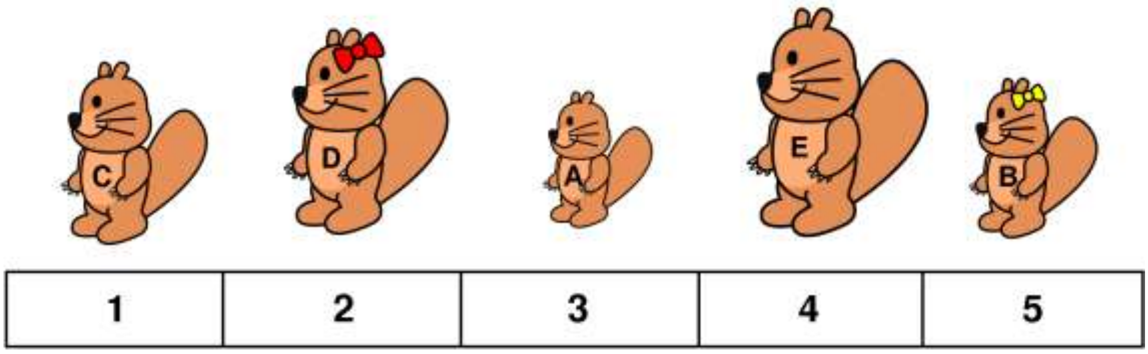
Računalniško ozadje

Naloga zahteva logično razmišljanje. Na podoben način bi razmišljali, kadar bi iskali napako v programu ali računalniku.

Preurejanje

Šolsko, 4. in 5. razred

Mama Jelka ureja svoje otroke po velikosti. Na začetku stojijo takole:

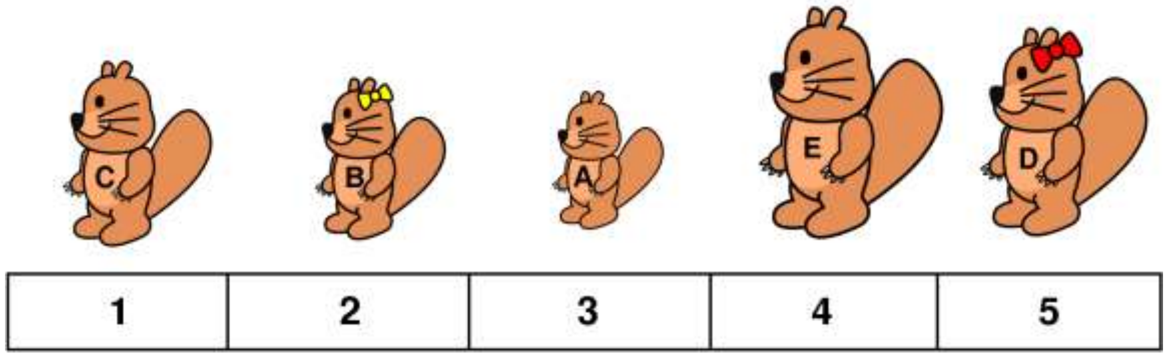


Reče jim: "2 in 5, zamenjajta se!" in bobra, D in B, ki stojita na drugem in petem mestu se zamenjata. Katere pare bobrov je potrebno še zamenjati, da bodo urejeni po velikosti (A, B, C, D, E)?

A. 1 in 3; 4 in 5
B. 1 in 3
C. 2 in 4; 1 in 3; 3 in 5
D. 1 in 2; 2 in 3; 3 in 4; 4 in 5

Rešitev

Pravilni odgovor je A. Po maminem ukazu stojijo v zaporedju C, B, A, E, D.



Zamenjati je potrebno še C in A ter E in D, torej 1 in 3 ter 4 in 5.

Računalniško ozadje

Mama je kot programer, ki sestavlja program, le da ga ne izvaja računalnik temveč njeni bobrčki.

Bobri in darila

Šolsko, 4. - 7. razred

Bober Nikola potuje s spodnjega levega dela gozda na obisk k prijateljici Ani zgoraj desno. Vedno se premika le gor in desno, nikoli dol ali levo in nikoli po diagonali. Ker je danes hladno, se mora izogniti tudi jezeru.

Na svoji poti srečuje darila in bobre. Vedno, ko najde darilo, ga pobere. Ko sreča bobra, mu da darilo. Izbrati mora takšno pot, da bo vedno, ko sreča bobra, imel pri roki darilo zanj, poleg tega mu mora na koncu ostati še darilo (eno samo!) za Ano.

Kako dolga je najkrajša možna pot do Ane?

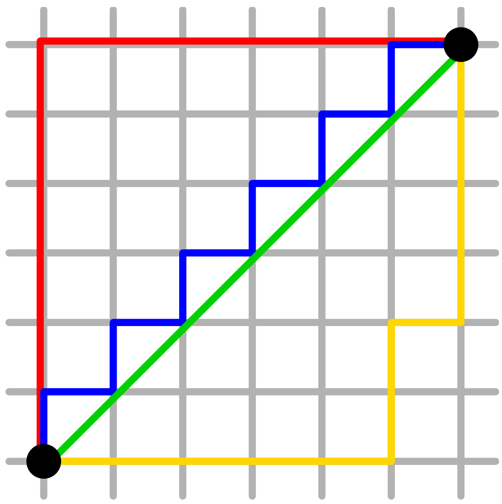
Rešitev

Vse poti do Ane so dolge 8 korakov, saj mora narediti štiri korake na desno in štiri gor. Poti se razlikujejo le v vrstnem redu.

Zgodbica o darilih in bobrih je le – nagajanje. ;)

Računalniško ozadje

Ko govorimo o razdalji med dvema krajema, navadno mislimo na zračno razdaljo, razdaljo po ravni črti (zelena črta na desni sliki).

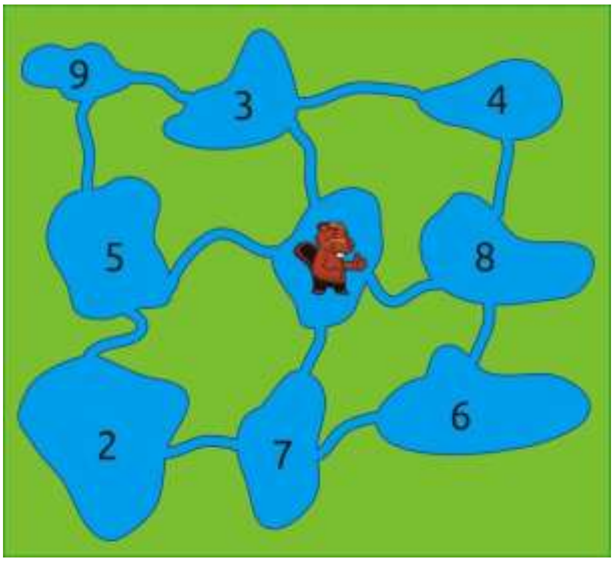


Včasih pa jo moramo meriti drugače. Predstavljaj si mesto s pravokotnimi ulicami. Če nisi sraka, je razdalja, ki jo boš prehodil med dvema točkama, enaka številu vodoravnih in navpičnih odsekov ulic, ki jih moraš prehoditi, v kakršnemkoli vrstnem redu (ostale črte). Takšni razdalji pravimo tudi Manhattanska razdalja, po newyorški četrti Manhattan, ki ima takšne pravokotne ulice.

Bobrovi prijatelji

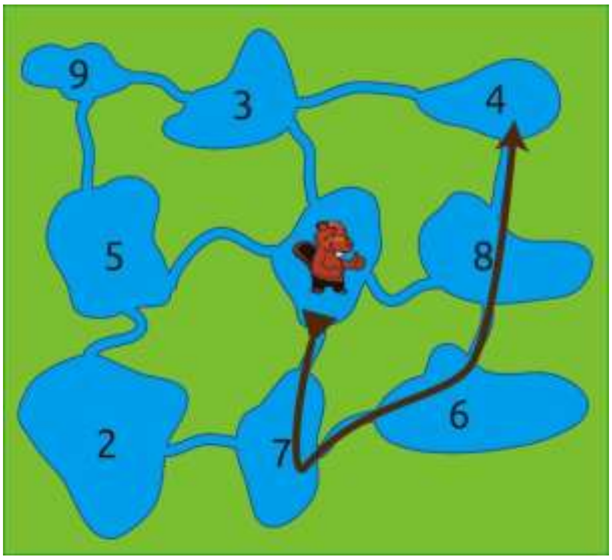
Šolsko, 4. – 9. razred

Bober Tine gre obiskat prijatelje, ki živijo v osmih jezerih okrog njegovega. Iz vsakega jezera lahko plava le v sosednja jezera, kot je narisano na sliki. Slika kaže tudi, koliko prijateljev ima v posameznem jezeru.



Plaval bo v štiri različna jezera. Največ koliko prijateljev lahko obišče na ta način?

Rešitev



Iti mora po poti, ki jo kaže slika, in bo obiskal 7 + 6 + 8 + 4 = 25 prijateljev.

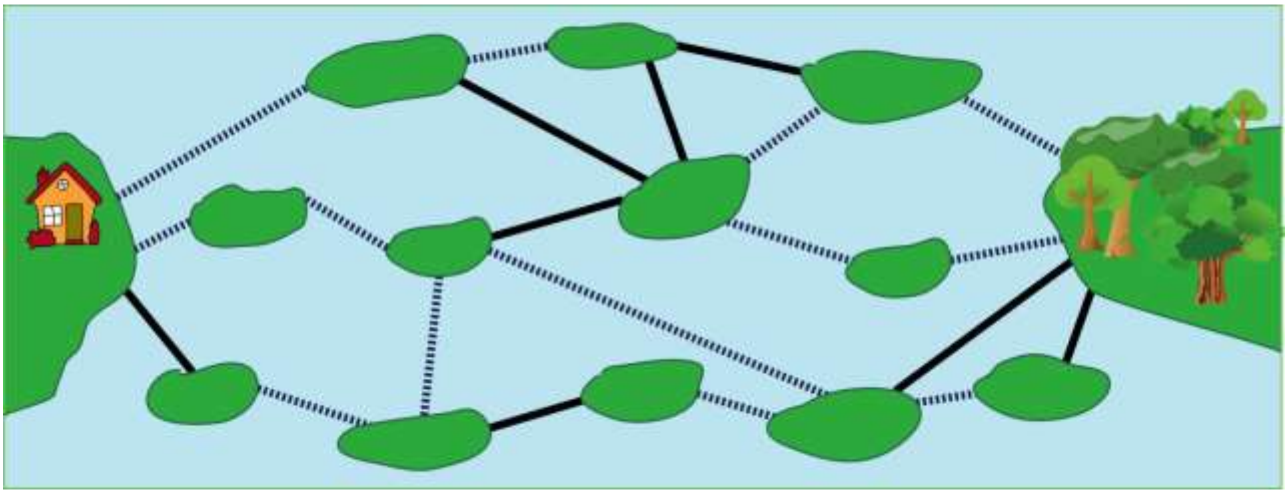
Računalniško ozadje

Naloga je podobna prejšnji nalogi, Lešniki. Tudi tu lahko poiščemo rešitev tako, da si ogledamo vse možne poti. Če bi bilo jezer več, pa bi morali uporabiti bolj zvite postopke.

Mostovi

Šolsko, 4. - 7. razred

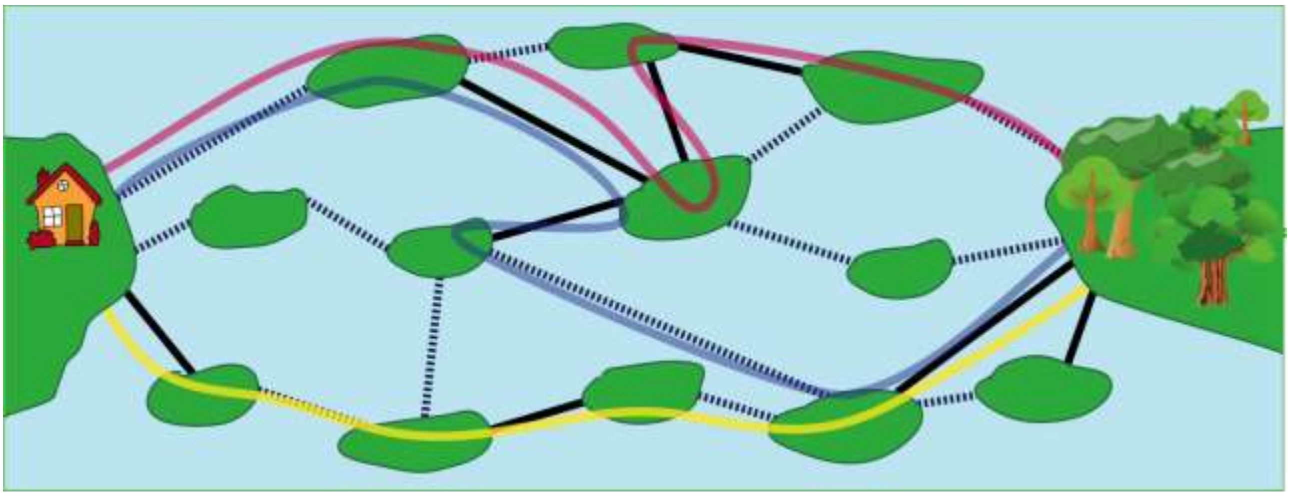
Med mestom in otokom z velikim gozdom je polno otočkov, povezanih z mostovi. Nekateri mostovi so brezplačni (polne črte), za nekatere pa je potrebno plačati (črtkane črte).



Sandi bi rad šel iz mesta v gozd. Pri sebi ima dovolj denarja za dva plačljiva mostova. Najmanj koliko mostov, skupno, bo moral prečkati?

Rešitev

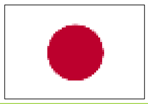
Pet. Nekaj možnih poti kaže slika.



Računalniško ozadje

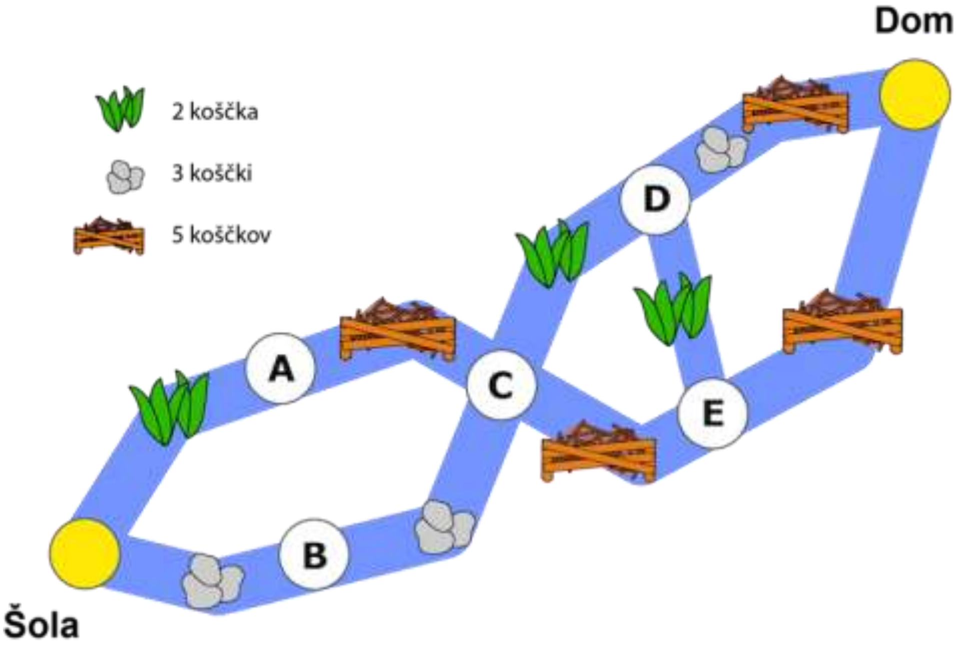
Naloga kaže znan problem iz računalništva: iskanje najkrajše ali najcenejše poti. Podoben problem računajo sistemi za pomoč pri vožnji, ki ga tvoji starši morda uporabljajo v avtomobilu, ko greste v kake neznane kraje.

Pot ob reki



Bober Lenart se vrača po reki iz šole domov. Na reki so različne ovire, ki mu jemljejo energijo. Ob sliki je napisano, koliko koščkov čokolade mora pojesti, da premaga posamezno vrsto ovire.

Ker bobri pazijo na zobe in ne marajo čokolade, gre Lenart vedno po poti, ki mu vzame najmanj energije. Mimo katerih mest, označenih s črko, gre? Koliko energije porabi za to?



Rešitev

Šola → B → C → D → E → Dom. Poraba energije je 15.

Začel bo mimo črke A ali B. Pot mimo A mu vzame 2 + 5 = 7, mimo B pa 3 + 3 = 6, zato gre raje mimo B. Nato gre mimo C.

Preostanek poti lahko opravi prek D (2 + 3 + 5 = 10) ali prek E (5 + 5 = 10). Lahko pa gre tudi prek obeh točk, tako da gre po daljši (a manj naporni poti). Če gre prek D in potem E, mu to vzame 2 + 2 + 5 = 9, če prek E in D pa 5 + 2 + 3 + 5 = 15. Najboljša izmed teh štirih različic je D in E, ki mu vzame 9.

Računalniško ozadje

Na tekmovanju Bober pogosto srečujemo naloge, v katerih je potrebno poiskati najkrajšo pot. Pot, ki jo iščemo tule, bi računalnikarji imenovali *najcenejša pot*.

Tudi v resničnem svetu nas pogosto zanimajo poti, ki niso nujno najkrajše, temveč so najboljše v kakem drugem pomenu. Ko načrtujemo poti, gremo navadno po avtocesti, čeprav bi bila pot prek vaških kolovozov morda krajša, a ne tudi hitrejša.

Skrivno sporočilo

Šolsko, 4. - 7. razred

Bobri si pošiljajo skrivna sporočila tako, da vsako črko zamenjajo s kasnejšo črko v abecedi. Koliko črk naprej bodo šli, pove skrivno število.

Recimo, da Ana uporablja skrivno število 3. Tedaj zamenja A s Č, B z D, C z E, Č s F ... Zadnje črke abecede zamenja s prvimi – V z A, Z z B in Ž s C. Presledkov ne piše.

A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Č	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š	T	U	V	Z	Ž	A	B	C

Tvoj prijatelj bober Janez ti je poslal skrivno sporočilo. Žal si pozabil, katero številko uporablja – za koliko mest zamika črke. Spomniš se le, da je besedo TRAVA zadnjič spremenil v AVECE.

Skrivno sporočilo se glasi ČEFECETFUJANM. Kaj ti sporoča?

Rešitev

Če se T spremeni v A, R v V, A v E in V v C, je skrivno število 5. Če napišemo (slovensko) abecedo v vrstice, po pet znakov v vrsti, to pomeni, da sporočilo skrijemo tako, da vsak znak zamenjamo z znakom iz naslednje vrste. Beremo jih, seveda, obratno.

Sporočilo ČEFECETFUJANM preberemo kot ZABAVAOBPETIH.

A	B	C	Č	D
E	F	G	H	I
J	K	L	M	N
O	P	R	S	Š
T	U	V	Z	Ž

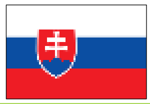
Računalniško ozadje

Dandanes uporabljamo internet za pošiljanje mnogih sporočil, katerih vsebina mora ostati skrivna: od zaupnih elektronskih sporočil, do številk kreditnih kartic. S tem, kako skriti sporočila pred nepridipravi, se ukvarja veda, ki ji pravimo kriptografija.

Skrivanju podatkov na način, ki ga uporabljajo bobri iz naloge, pravimo Cezarjeva šifra, po Juliju Cezarju, ki naj bi ga uporabljal, da je skril svoja sporočila pred sovražniki.

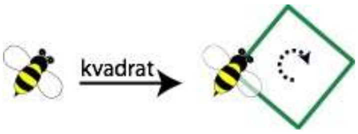
Risanje

Šolsko, 4. - 9. razred



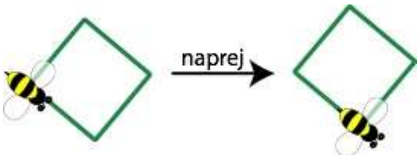
Čebela-robot se lahko premika, riše in sledi črtam, ki jih je narisala. Pozna naslednje ukaze:

kvadrat nariše kvadrat: začne na trenutnem mestu in v trenutni smeri ter zavija na desno



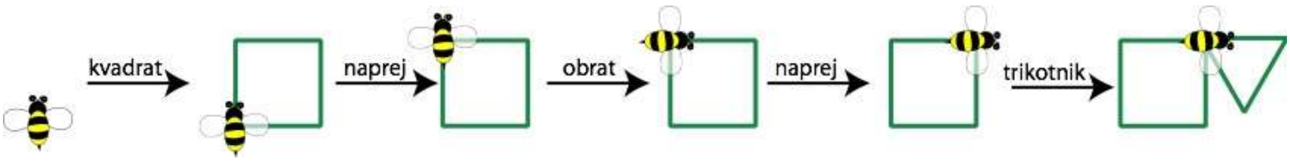
trikotnik nariše trikotnik: začne na trenutnem mestu in v trenutni smeri ter zavija na desno

naprej gre do konca narisane črte v smeri, v katero trenutno gleda čebela



obrat obrne čebelo proti naslednji črti na desni

Če damo čebeli zaporedje ukazov **kvadrat, naprej, obrat, naprej, trikotnik**, nariše

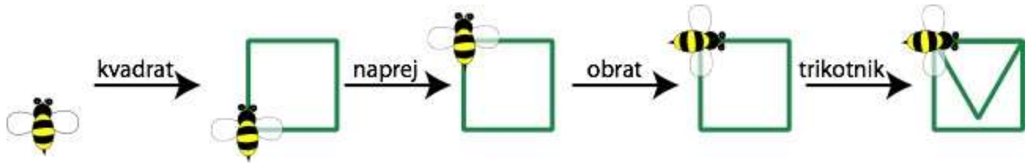


Katero od spodnjih zaporedij ukazov bo narisalo tole sliko?

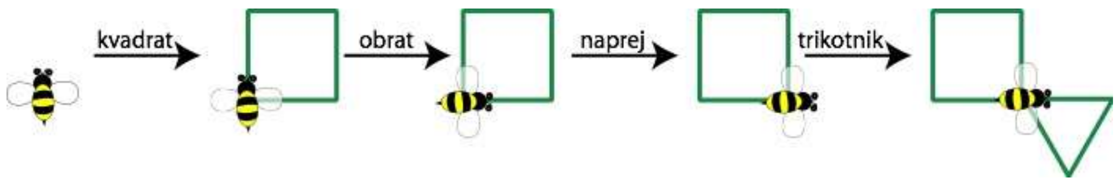
A. kvadrat, obrat, naprej, trikotnik
B. kvadrat, naprej, obrat, trikotnik
C. trikotnik, obrat, kvadrat
D. kvadrat, naprej, kvadrat, obrat, trikotnik

Rešitev

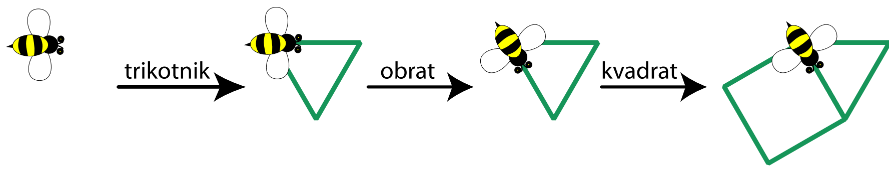
Pravilni odgovor je B.



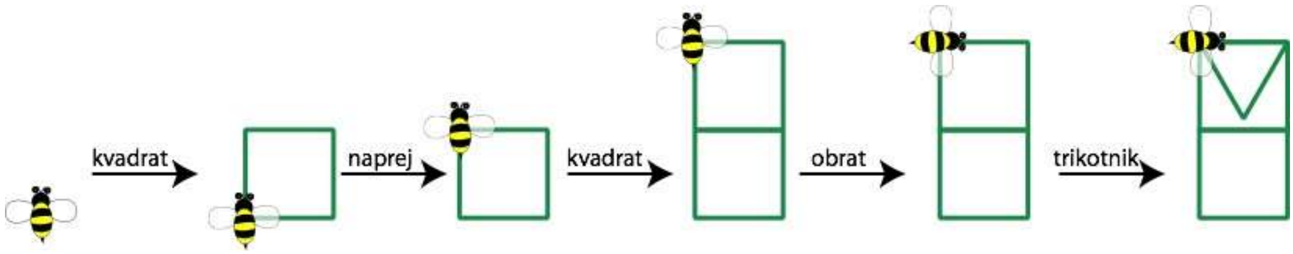
Odgovor A nariše trikotnik na napačnem mestu.



Odgovor C prav tako ne nariše pravilne slike.



Odgovor D je očitno napačen, saj nariše dva kvadrata.



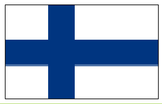
Računalniško ozadje

Programi, ki jih poganjamo na svojih računalnikih, so sestavljeni iz zaporedja ukazov, prav tako kot ti, s katerimi smo se igrali v tej nalogi, le da računalniški programi uporabljajo veliko več različnih ukazov in so veliko daljši.

Naloga je podobna risanju z želvo, ki ga pogosto uporabljamo pri poučevanju programiranja. Želvo so si za Logo, enega prvih računalniških jezikov, namenjenih otrokom. Danes se lahko igraš z njo v modernejših okoljih, kot je, recimo, Scratch (http://scratch.mit.edu).

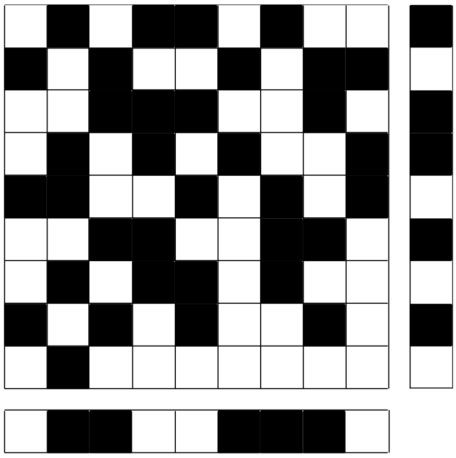
Napaka po telefonu

Šolsko, 4. - 9. razred



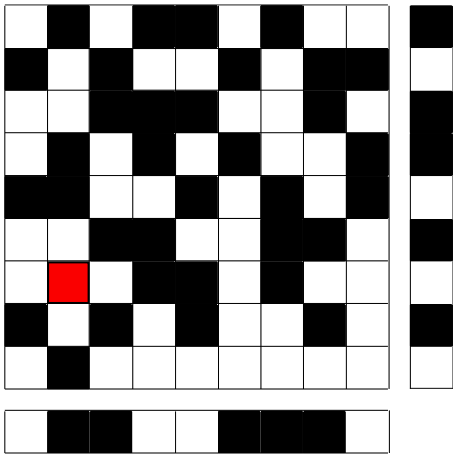
Akademski slikar bober Jaka je narisal sliko iz belih in črnih kvadratov. Po telefonu jo je sporočil kolegu, ki jo bo poustvaril po nareku. Da ne bi prišlo do napak, je na desni in spodaj dodal še en stolpec. Če je število črnih kvadratov v določeni vrstici **liho**, je v kontrolnem stolpcu v tej vrstici narisal **bel** kvadrat, sicer pa **črnega**. Podobno je storil s stolpci.

Kontrolni stolpec in vrstica sta prenešena pravilno, v sliki pa je ena napaka. Na katerem mestu?



Rešitev

Število črnih kvadratkov v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu skupaj s kontrolno vrstico in stolpcem mora biti liho. V sedmi vrstici in v drugem stolpcu je sodo, torej mora biti napaka tam. Napačni kvadratek je označen z rdečo. Na sliki je črn; če ga spremenimo v belega, se kontrolna vrstica in kontrolni stolpec ujemata s sliko.



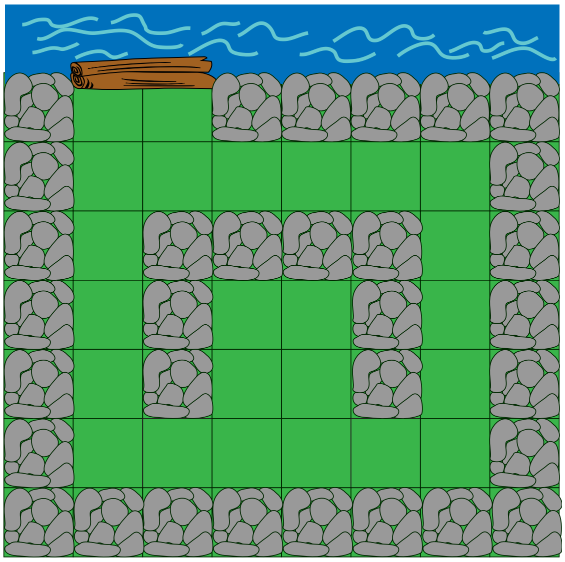
Računalniško ozadje

Ko računalniki shranjujejo ali prenašajo podatke, na podoben način preverjajo, ali so shranjeni oziroma prenešeni podatki pravilni. Če si že kdaj reševal podobno nalogo, upamo, da nisi padel v past: dodatne kvadratke navadno pobarvamo tako, da je število črnih kvadratkov v vsaki vrstici in stolpcu sodo. Tule smo se pač odločili za liho.

Poplavljanje

Šolsko, 4. - 9. razred

Bober Krištof si pripravlja domovanje, zato bo poplavil travnik.

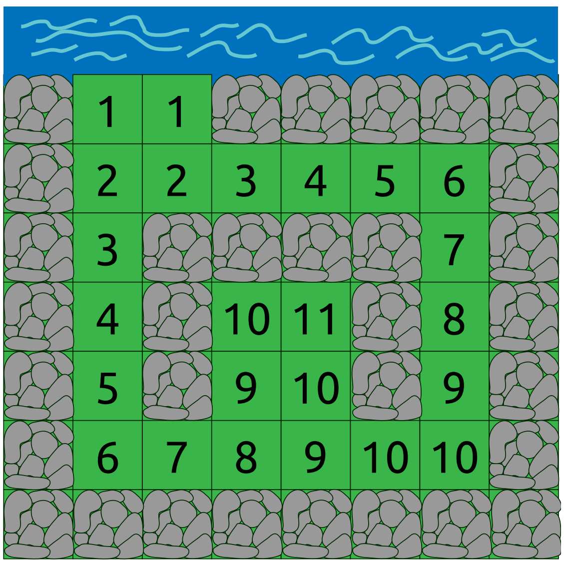


Vsako uro voda zalije sosednja polja vseh poplavljenih polj (zgoraj, spodaj, levo in desno, **ne pa po diagonali**!). Voda ne more teči skozi zidove.

Koliko časa bo minilo od takrat, ko Krištof odstrani hlode ob reki, do takrat, ko bo poplavljen ves travnik?

Rešitev

Minilo bo 11 ur. Na spodnji sliki so označeni časi, ko je poplavljeno posamezno polje.



Nalogo rešimo tako, da "opazujemo" širjenje vode in zapisujemo čase, ki jih voda potrebuje do posameznega polja. Na polji ob reki napišemo enici. Na sosednji polji teh dveh polj napišemo dvojki. Na sosednji polji polj označenih z dvojkama napišemo trojki (razen, seveda, na polji, na katerih sta že enici in kjer je zid). Na sosede polj s trojkami napišemo štirice in tako naprej. Ko so popisana vsa polja, vemo, koliko časa bo potrebovala voda do vsakega od njih.

Računalniško ozadje

Naloga spominja na iskanje najkrajše poti: za vsako polje nas zanima, kako dolga je najkrajša pot od reke. Odgovor, ki ga iščemo, je dolžina najkrajše poti do najbolj oddaljenega polja.

Postopek, s katerim nalogo rešimo, imenujemo tudi *iskanje v širino*, saj opazujemo "širjenje" vode. S podobnimi postopki rešujemo še veliko drugih, resničnih računalniških problemov.

Pecivo

Šolsko, 4. - 9. razred, srednja šola

Suzana in Aljaž sta odprla pekarno. Suzana peče pecivo v obliki črk A, B in O. Vedno speče vse tri oblike in jih obesi tako, da najprej natakne A, nato B, nato O. Aljaž jih medtem prodaja (vendar ne proda novene v tem času, ko jih Suzana natika). Suzana jih peče hitreje, kot se prodajajo.

Če je pekarna videti, kot kaže slika: najmanj koliko kosov peciva sta prodala?

Rešitev

Devet kosov.

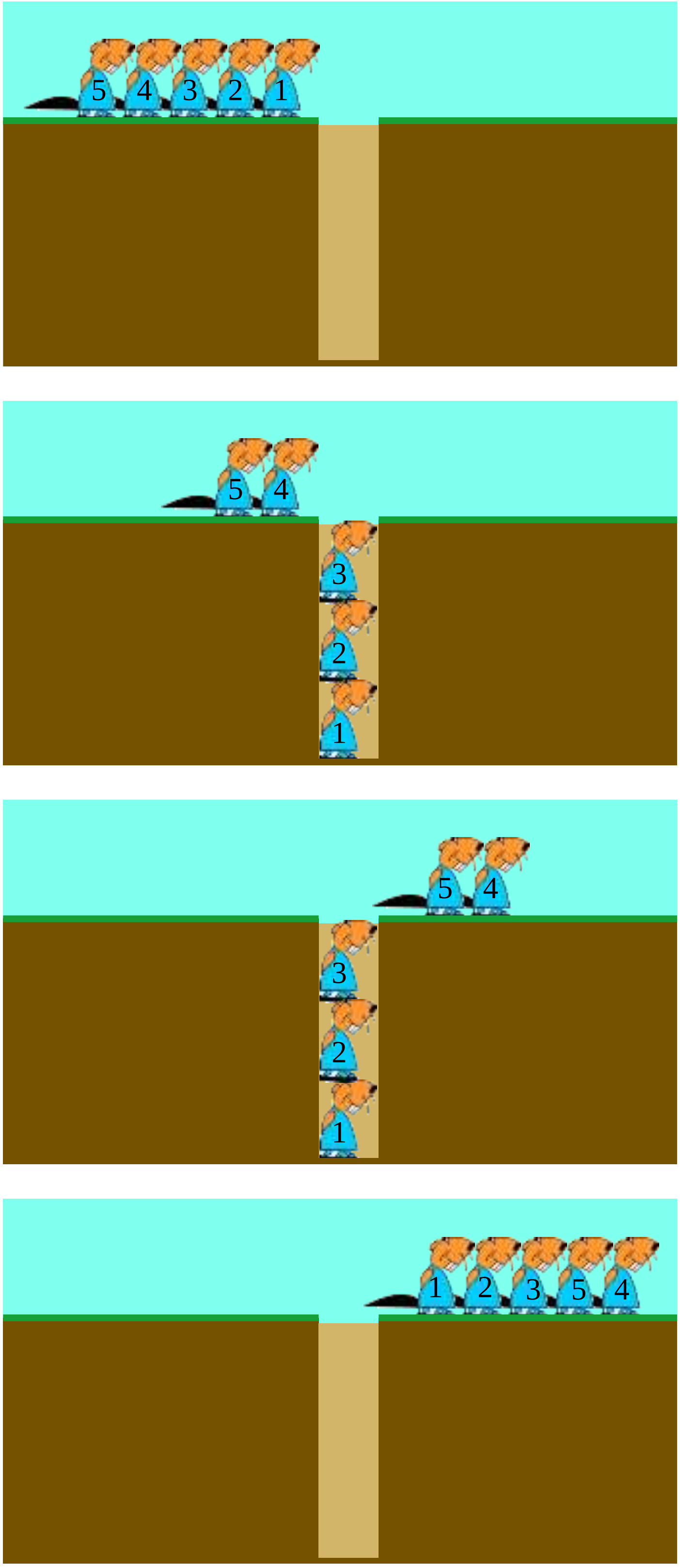
Kako dobimo takšno zaporedje? Napišemo zaporedje, ki vsebuje toliko Ajev, kolikor jih je na sliki: ABOABOABOABOABOABO. Nato prečrtamo, česar ni na sliki: A~~BO~~A~~BO~~AB~~O~~A~~BO~~ABOA~~BO~~. Preštejemo prečrtane črke: devet jih je.

Računalniško ozadje

Naloga prikazuje nekaj, čemur računalnikarji pravijo sklad. Na sklad zlagajo številke ali kake druge reči (recimo pecivo). Ko jemljejo stvari s sklada, najprej vzamejo z njega tisto, kar so nazadnje shranili nanj – tako kot v nalogi.

Zajčje luknje

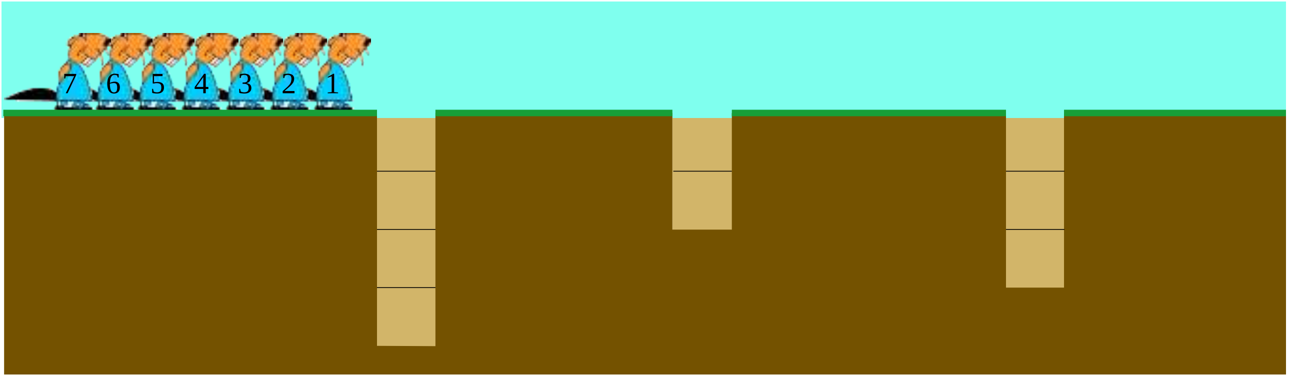
Šolsko, 4. - 9. razred, srednja šola



Kadar bobri pridejo do luknje, storijo tole: prvi bober skoči vanjo, drugi nanj in tako naprej, dokler ni luknja polna. Preostali bobri jo prečkajo. Ko so na drugi strani, bobre iz luknje enega za drugim izvlečejo in nadaljujejo pot.

Kot vidiš na slikah na levi, se vrstni red bobrov pri tem nekoliko spremeni.

Sedem bobrov, oštevilčenih s številkami 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, se je odpravilo po poti, na kateri jih, zaporedoma, čakajo luknje globine 4, 2 in 3. V kakšnem vrstnem redu (od leve proti desni) bodo na drugi strani lukenj?



Rešitev

Luknja prestavi določeno število bobrov z začetka na konec vrste v obratnem vrstnem redu. Luknje globin 4, 2 in 3 bodo prestavile po 4, 2 in 3 bobre, torej

7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 → 1, 2, 3, 4, 7, 6, 5

1, 2, 3, 4, 7, 6, 5 → 5, 6, 1, 2, 3, 4, 7

5, 6, 1, 2, 3, 4, 7 → 7, 4, 3, 5, 6, 1, 2

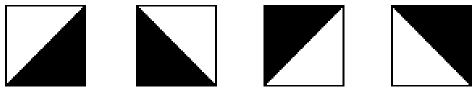
Računalniško ozadje

Naloga se suče okrog podatkovne strukture, ki ji računalnikarji rečejo *sklad*. Na sklad lahko shranjujemo objekte (recimo številke – ali pa bobre), ko jih jemljemo z njega, pa jih dobivamo v obratnem vrstnem redu.

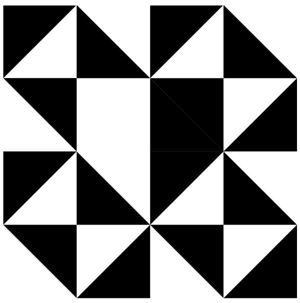
Trikotniki

Državno, 6. - 7. razred

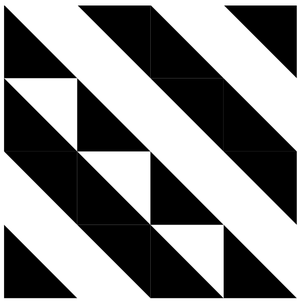
Bobri prenavljajo kopalnico. Kupili so preproste ploščice: kvadrat, razdeljen v bel in črn trikotnik. Pri polaganju ga lahko obrnejo na štiri načine.



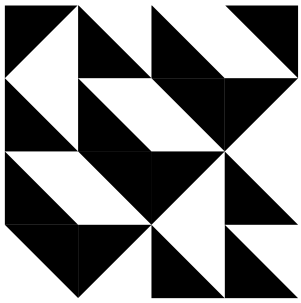
Mama Ana in hčerke Berta, Cilka in Dani so si zamislile štiri različne načine, kako tlakovati kopalnico. Še pred glasovanjem pa jim je oče razložil, da enega od tlakovanj s takšnimi ploščicami žal ni mogoče narediti. Katerega?



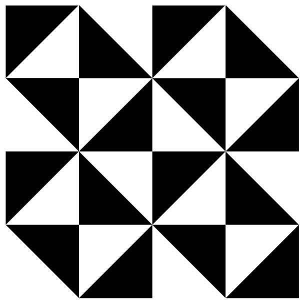
Ana



Berta



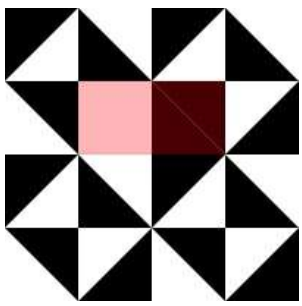
Cilka



Dani

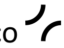
Rešitev

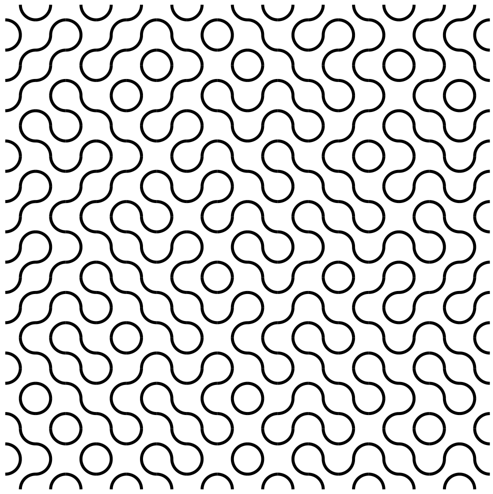
Aninega. Za mesti, ki sta označeni na spodnji sliki, bi potrebovali eno belo in eno črno ploščico.



Računalniško ozadje

Bi bilo mogoče s takšno sliko zapisovati številke? Najbrž veš, kako lahko zapišeš številko z zaporedjem belih in črnih polj. Ali z zaporedjem puščic, ki so obrnjene navzgor in navzdol. Kaj pa s ploščicami, ko so lahko obrnjene v štiri različne smeri? Si lahko izmisliš takšen način zapisovanja števil? Kako veliko število bi lahko zapisal z zaporedjem štirih ploščic?

Takšnim tlakovanjem pravimo Truchetova tlakovanja, po Sébastienu Truchetu. S ploščico  bi lahko sestavili recimo takšno kopalnico:



Vir: http://en.wikipedia.org/wiki/Truchet_tiles

Truchet se je veliko ukvarjal tudi s pisavami in si med drugim leta 1692 za kralja Ludvika XIV. (oziroma kraljeve tiskarne) izmislil pisavo (torej obliko črk), ki jo je poimenoval Romain le roi, pod vplivom katere so več kot dvesto let kasneje oblikovali Times New Roman. Sicer pa je Truchet načrtoval tudi francoske kanale, se ukvarjal s fiziko, sestavljal ure, izumljal orožja in orodje za presajanje dreves. Zanimiv možakar, mar ne?

Družinsko sekanje

Državno, 6. - 7. razred

Bobrakova družina je že več let nepremagljiva na tradicionalnem tekmovanju v pripravi hlodov. Oče potrebuje 30 minut, da obgloda in podre drevo; mati potrebuje 30 minut, da ga izvleče; sinova potrebujeta 30 minut, da odglodata veje. Na tekmovanju je potrebno takole pripraviti tri drevesa. Koliko časa potrebujejo za to, če se dobro organizirajo?

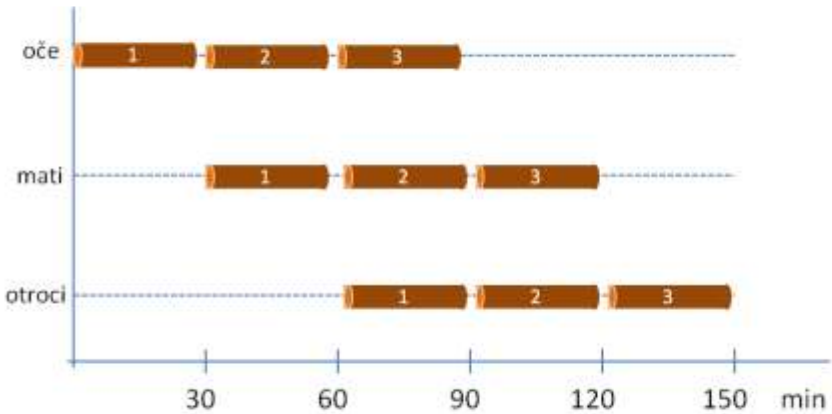
Oče podira drevesa

Mati vleče drevesa

Mali bobri odgrizejo vse veje

Rešitev

150 minut.



Računalniško ozadje

Včasih so delali vedno hitrejše računalnike tako, da so bili čipi, ki jih sestavljajo, vedno hitrejši. Danes njihova hitrost napreduje predvsem zato, ker znajo delati več stvari hkrati. Tipični glavni procesorji imajo danes več "glav" in lahko "mislijo več misli hkrati" (kot da bi ti znal seštevati štiri račune naenkrat), najboljše grafične kartice pa imajo lahko tudi več tisoč preprostih procesorjev (ki skrbijo za to, da imajo igre, ki jih igraš, bolj gladko grafiko). Znotraj teh čipov pa so tako imenovani "cevovodi": čip je razdeljen na enote, ki obdelujejo ukaze programa (recimo tako, da ena prebere ukaz, druga bere podatke, tretja izvaja ukaz, četrta zapisuje rezultat ...). Podobno kot bobri v tej nalogi tudi enote opravljajo vsaka svoje delo, ki ga poskušamo organizirati tako, da bi se med seboj čim manj čakale.

Zapestnica

Državno, 6. - 7. razred

Bobrovka Anja želi narediti zapestnico iz temnih kroglic. Dobila jih bo iz svoje stare zapestnice, ki je videti, kot kaže slika.

Rada bi podrla čim manj stare zapestnice. Temne kroglice lahko dobiva z obeh strani. Najmanj koliko svetlih kroglic bo morala sneti, da dobi šest temnih?

Rešitev

Potrebno bo odstraniti vsaj štiri svetle kroglice.

Rešitev lahko dobimo s poskušanjem, veliko boljše pa je, če se je lotimo sistematično, saj bomo le tako lahko prepričani, da smo res našli pravilen odgovor. Prav tako bi morali najti sistem, če bi imeli opravka z zelo dolgo zapestnico, saj tam s poskušanjem ne bi prišli nikamor. (Kaj, če se tekmovanje ne bi imenovalo Bober temveč Dinozaver – veste koliko kroglic potrebujemo za zapestnico okrog dinozavrove tace?) Odločiti se moramo, recimo, koliko temnih kroglic bomo pobrali z leve strani; ostale bomo morali z desne.

- Če bomo z leve eno, jih bomo morali z desne pet. Pri tem z leve strani ne bo potrebno odstraniti nobene svetle kroglice, z desne jih bomo morali štiri.
- Če bomo z leve strani dobili dve temni kroglici, jih bomo morali z desne štiri. Za to bo potrebno na levi strani odstraniti eno svetlo kroglico, z desne pa štiri.
- ... in tako naprej.

Temne z leve	1	2	3	4	5	6
Svetle z leve	0	1	4	4	6	6
Temne z desne	5	4	3	2	1	0
Svetle z desne	4	4	2	0	0	0
Skupaj svetlih	**4**	**5**	**6**	**4**	**6**	**6**

Vidimo, da bo potrebno odstraniti najmanj štiri svetle kroglice. To lahko storimo na dva načina, bodisi tako, da z leve poberemo eno temno kroglico ali pa štiri.

Računalniško ozadje

Probleme, kjer je potrebno načrtovati sestavljanje nekega proizvoda (šest temnih kroglic) z najmanj izgubljenega materiala (svetle kroglice), pogosto rešujejo v tovarnah. Seveda gre tam za veliko večje količine vpletenih surovin in veliko bolj zapletene izdelke, zato so tudi postopki načrtovanja bolj zapleteni.

Pristop, kjer upoštevamo vse možnosti pri razbitju problema na manjše podprobleme in jih združujemo v najboljšo možno končno rešitev, imenujemo *dinamično programiranje*. V tej nalogi nastopa v zelo poenostavljeni različici; v zahtevnejši različici ga najdemo v starejših nalogah, recimo Učinkovita čebela in Najsladkejša pot.

Sekanje dreves

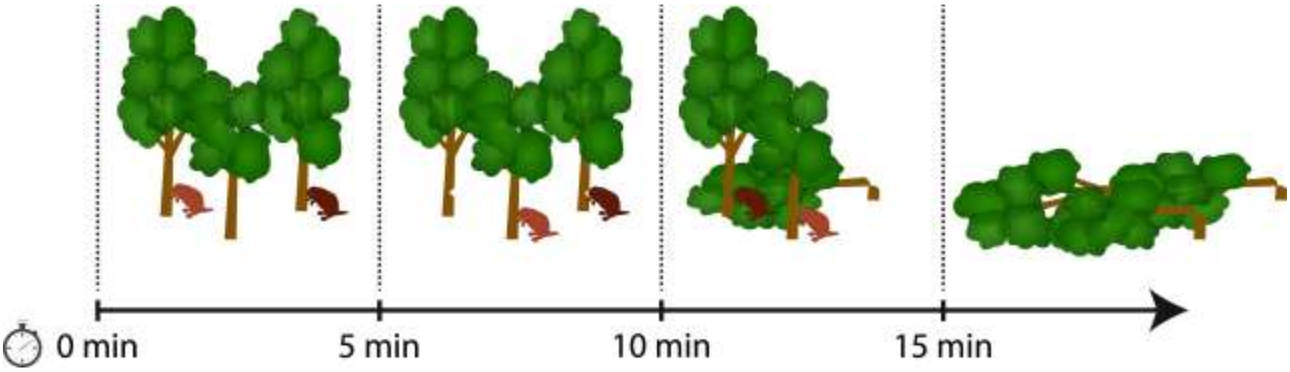
Bobri vedno podirajo drevesa sami: dva bobra ne moreta nikoli **istočasno** gristi istega drevesa. Dobro izurjen bober lahko podre drevo v desetih minutah.

Dva bobra imata nalogo podreti tri drevesa. Najmanj koliko časa bosta potrebovala, če se dobro organizirata?

Rešitev

Na prvi pogled se zdi, da bosta potrebovala dvajset minut: v prvih desetih minutah bosta podrla vsak eno drevo, naslednjih deset minut pa bo eden grizel in drugi lenaril.

Vendar ni tako. Tri drevesa lahko preglodata v petnajstih minutah, če vsak gloda svoje drevo pet minut, nato pa se oba premakneta k drugim drevesom kot kaže spodnja slika.



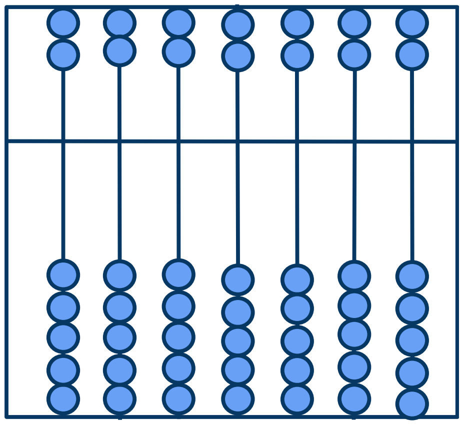
Računalniško ozadje

Računalnikarji imenujejo ta problem *razporejanje opravil*. Današnji računalniki lahko počnejo več stvari istočasno, zato se mora operacijski sistem (Windows, Linux, OS X) odločati, v katerem trenutku bo računalnik počel kaj, da bodo programi tekli čim hitreje.

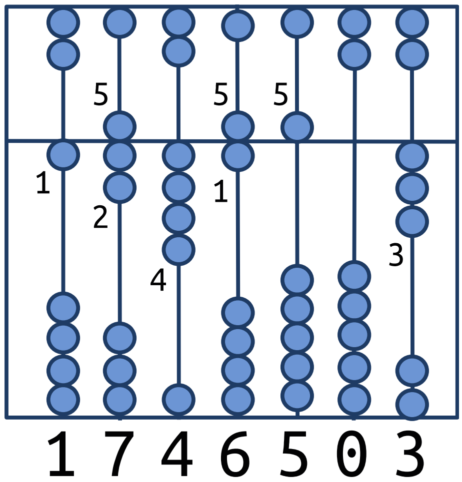
Kitajsko računalo

Šolsko, 6. - 9. razred

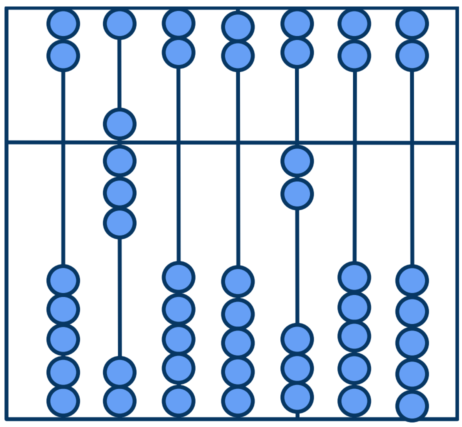
Kitajci za računanje uporabljajo posebne abakuse. Kroglice so razdeljene na spodnji in zgornji del; kroglice v spodnjem so vredne 1 in v zgornjem 5. Številko 0 sestavimo tako, da potisnemo vse kroglice stran od sredine, kot kaže slika na desni.



Številko 1746503 sestavimo takole:

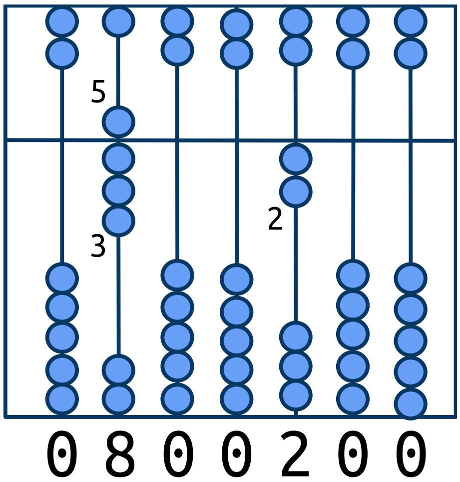


Katero številko pa kaže abakus na desni?



Rešitev

Številka na abakusu je 0800200.



Računalniško ozadje

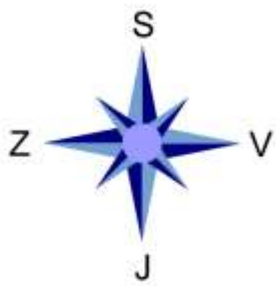
Abakus je orodje, ki so ga že v pradavnini uporabljali namesto kalkulatorjev. S premikanjem kroglic so lahko z njim seštevali, odštevali in celo množili.

V tej nalogi smo uporabljali abakus z imenom Suanpan, ki ga še vedno uporabljajo v številnih azijskih državah. Računanje z njim je uvrščeno tudi na UNESCOv seznam kulturne dediščine človeštva.

Zlatniki

Šolsko, 6. - 9. razred

Srečko in Zlatko sta se odpravila na lov za zlatniki na Otok zakladov. Srečko ima zemljevid otoka, na katerem je označeno, koliko zlatnikov se nahaja na posameznem področju. Ker se Zlatko na vetru vedno prehladi, na otoku pa piha močan severnik, se je odločil, da se bo skrival v zavetrju Srečka, torej tako, da bo stal vedno neposredno južno od Srečka. Tako bi na primer na prehojeni poti najprej na vzhod, nato na sever ter še dvakrat na vzhod (V-S-V-V), Srečko našel 35 zlatnikov, Zlatko pa bi lahko pobral le 31 zlatnikov, saj bi nekaj področij na njegovi poti že pred njim izpraznil Srečko.



Katera od naslednjih poti bi omogočila Zlatku, da na poti pobere več zlatnikov kot Srečko?

A. V-V-V-S
B. V-S-S-V
C. V-V-S-S
D. V-V-S-V

Rešitev

Preverimo vse ponujene poti in izračunajmo, koliko zlatnikov nabereta Srečko in Zlatko na vsaki od navedenih poti.

Pravilni odgovor je V-V-S-V, saj v tem primeru Srečko pobere 16+5+14+1=36 zlatnikov, Zlatko pa 11+13+~~5~~+15=39 zlatnikov.

Ostali odgovori so napačni, saj v vseh ostalih primerih Srečko nabere več zlatnikov. Na poti V-V-V-S nabere Srečko 16+5+15+1=37 zlatnikov, Zlatko pa le 11+13+0+~~15~~=24. Tudi na poti V-S-S-V nabere Srečko več zlatnikov (16+4+8+6=34)

kot Zlatko (11+~~16~~+~~4~~+14=25). Podobno velja tudi za pot V-V-S-S: Srečko nabere 16+5+14+6=41 zlatnikov, Zlatko pa le 11+13+~~5~~+~~14~~=24.

Računalniško ozadje

Čeprav naloga na prvi pogled deluje kot navadna uganka, nam podrobnejši pogled razkrije tudi njeno praktično uporabnost. Gre za iskanje optimalne poti skozi labirint, kateri se s časom spreminja ravno zaradi naših premikov po njem. Tak dinamičen pristop je tipičen za računalniške probleme. Problem najlažje rešimo tako, da simuliramo posamezne korake in poti. Tak pristop se pogosto uporablja tudi v računalništvu.

Zidni robot

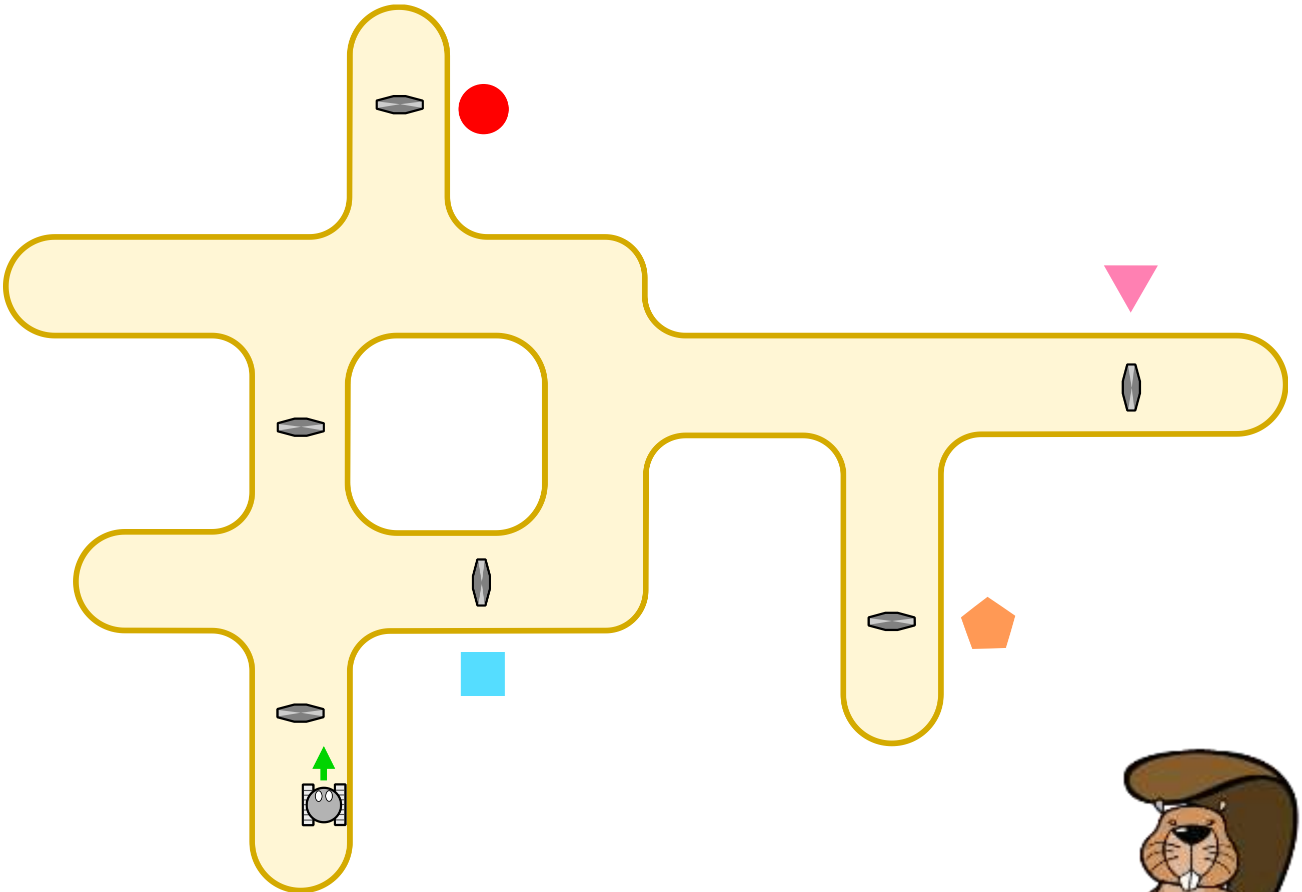
Šolsko, 6. - 9. razred

Robot se pomika tesno ob zidu. Preden ga poženemo, mu podamo zaporedje ukazov. Vsakič, ko naleti na magnetno kontrolno enoto, izvede naslednji ukaz s seznama. Če mu podamo, recimo, zaporedje NADALJUJ, ZAMENJAJ, ZAMENJAJ, bo ob prvi kontrolni enoti izvedel ukaz NADALJUJ, ob drugi ZAMENJAJ in ob tretji ZAMENJAJ. Če večkrat naleti na isto kontrolno enoto, bo tudi ob njej vsakič izvedel naslednji ukaz s seznama.

Pomen ukazov je takšen.

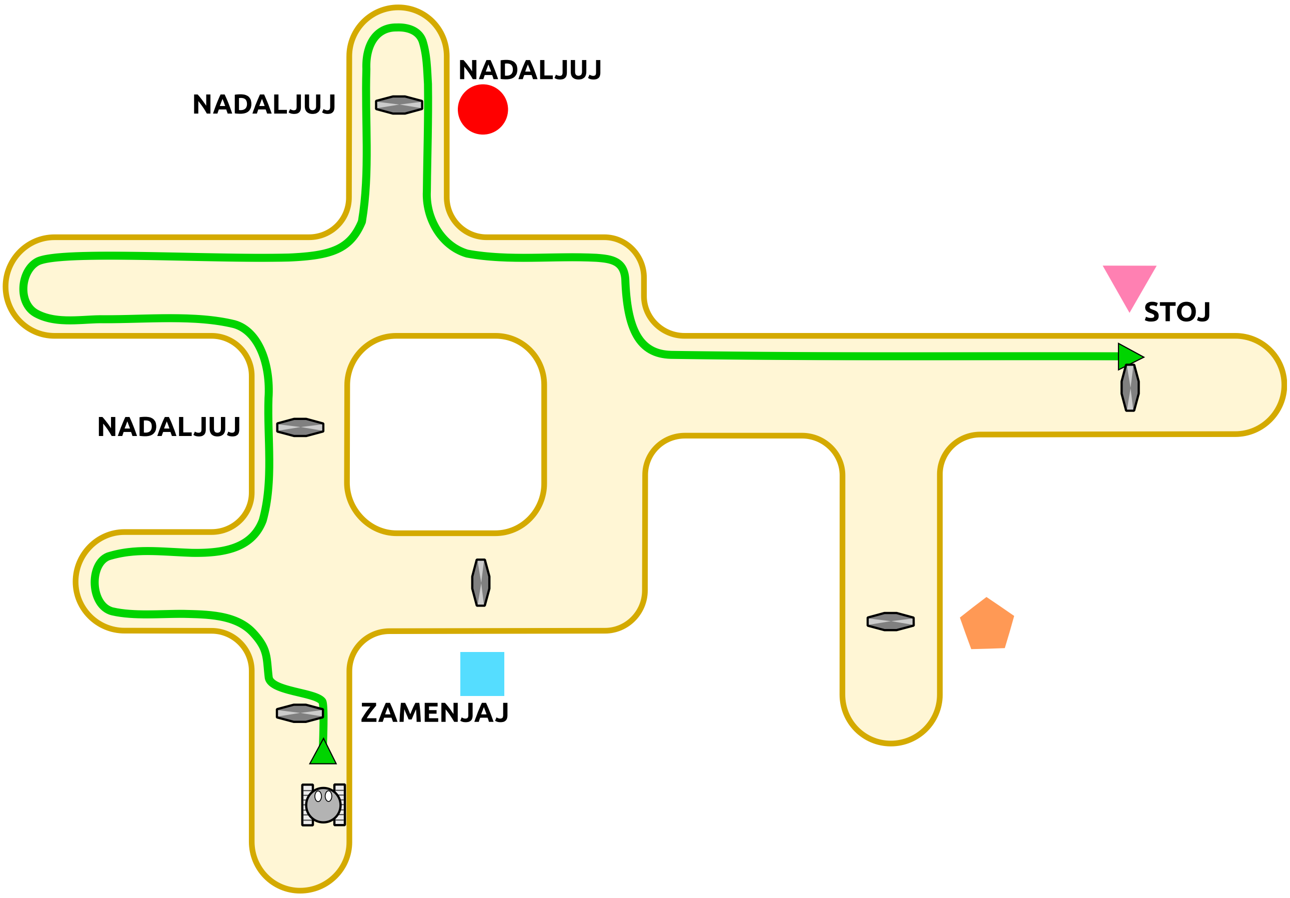
NADALJUJ	Nadaljuje pot mimo enote, kot da je ne bi bilo.
ZAMENJAJ	Preskoči na drugo steno (z leve na desno oz. obratno) in nadaljuje vožnjo v isti smeri.
STOJ	Robot se ustavi.

Robota smo pognali v stavbi na spodnji sliki. Dali smo mu zaporedje ZAMENJAJ, NADALJUJ, NADALJUJ, NADALJUJ, STOJ. Pri katerem liku bo končal pot?



Rešitev

Ustavil se bo ob rožnatem trikotniku.

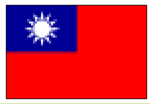


Računalniško ozadje

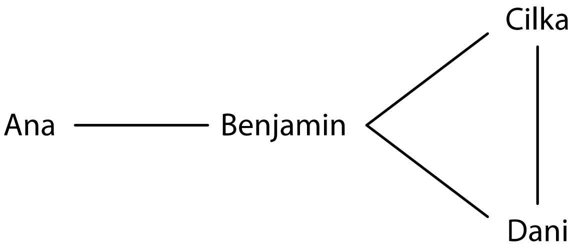
Na podoben način kot robota iz te zgodbe lahko v resnici programiramo vozila in druge naprave, ki se same premikajo, zunanje kontrolne enote pa jim povejo, kje so, in jih preusmerjajo.

Telefončki

Državno, 6. - 9. razred



Bobrčki so si napeljali telefone: Benjamin je povezan z Ano, Cilko in Danijem, poleg tega sta povezana tudi Cilka in Dani. Povezave lahko narišejo ali pa jih pokažejo s tabelo.



	Ana	Benjamin	Cilka	Dani
Ana		X		
Benjamin	X		X	X
Cilka		X		X
Dani		X	X	

Če želi Ana kaj sporočiti Daniju, mora njeno sporočilo potovati preko Benjamina.

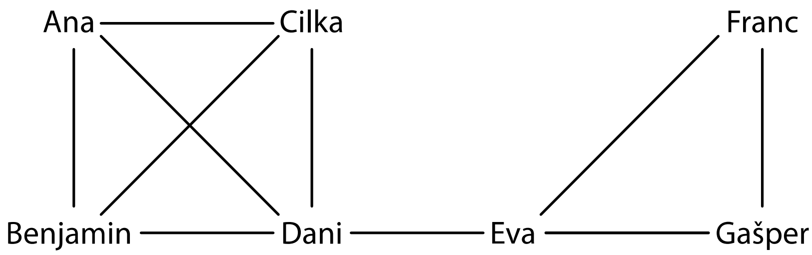
Igri se pridružijo še Eva, Franc in Gašper. Novi razpored povezav kaže tabela.

	Ana	Benjamin	Cilka	Dani	Eva	Franc	Gašper
Ana		X	X	X			
Benjamin	X		X	X			
Cilka	X	X		X			
Dani	X	X	X		X		
Eva				X		X	X
Franc					X		X
Gašper					X	X	

Ana bi rada nekaj sporočila Gašperju. Prek najmanj koliko vmesnih bobrov bo moralo potovati sporočilo?

Rešitev

Sporočilo bo potovalo prek dveh vmesnih bobrov, namreč Danija in Eve.



Računalniško ozadje

Takšni stvari – množici nekih stvari in povezav med njimi – rečemo graf. Kot si opazil, smo prve štiri bobre na sliki v rešitvi razporedili drugače kot v nalogi. To v resnici ni pomembno, pomembno je le, katere bobre imamo in kako so povezani, kako jih narišemo, pa je vseeno.

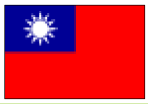
V računalniku grafe pogosto pokažemo s tabelo. Učeno ji rečemo "matrika sosednosti", a to za nalogo ni prav nič pomembno: pomembno je, da razumemo, kako razumeti tabelo, kako jo spremeniti v sliko in nazaj.

Grafi so zelo uporabne reči. Z njimi si pomagamo pri zapisovanju najrazličnejših stvari in reševanju najrazličnejših problemov.

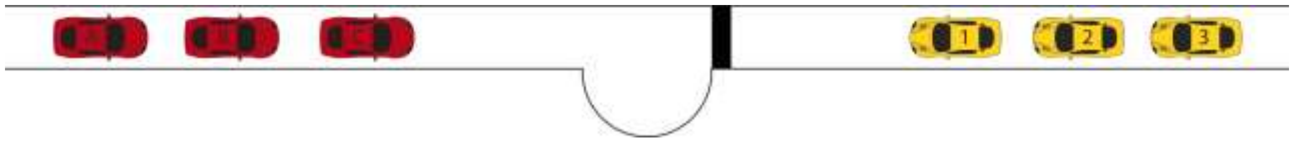
Problem, ki si ga reševal tule, spominja na internet. Ta je sestavljen iz ogromnega števila računalnikov in naprav, ki jih povezujejo. Vendar ni vsak računalnik povezan z vsakim, zato je potrebno ob pošiljanju sporočil, branju strani, prenašanju datotek in vsem, kar še počnemo z internetom, vedno izračunati primerno pot med dvema računalnikoma – takšno, da bo čim hitrejša, čim zanesljivejša in čim cenejša.

Srečevanje

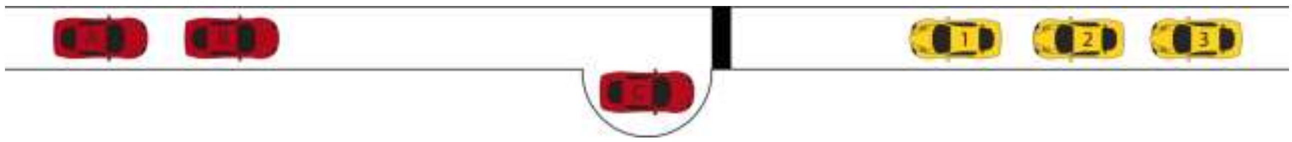
Državno, 6. - 9. razred



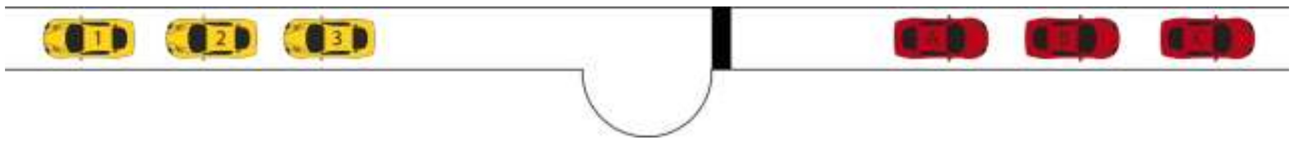
Šest vozil se sreča na ozki cesti – rdeča vozijo proti desni in rumena proti levi.



Da bodo lahko šla ena mimo drugih, se bodo morala umikati na srečevališče, na katerem je lahko le eno vozilo naenkrat.



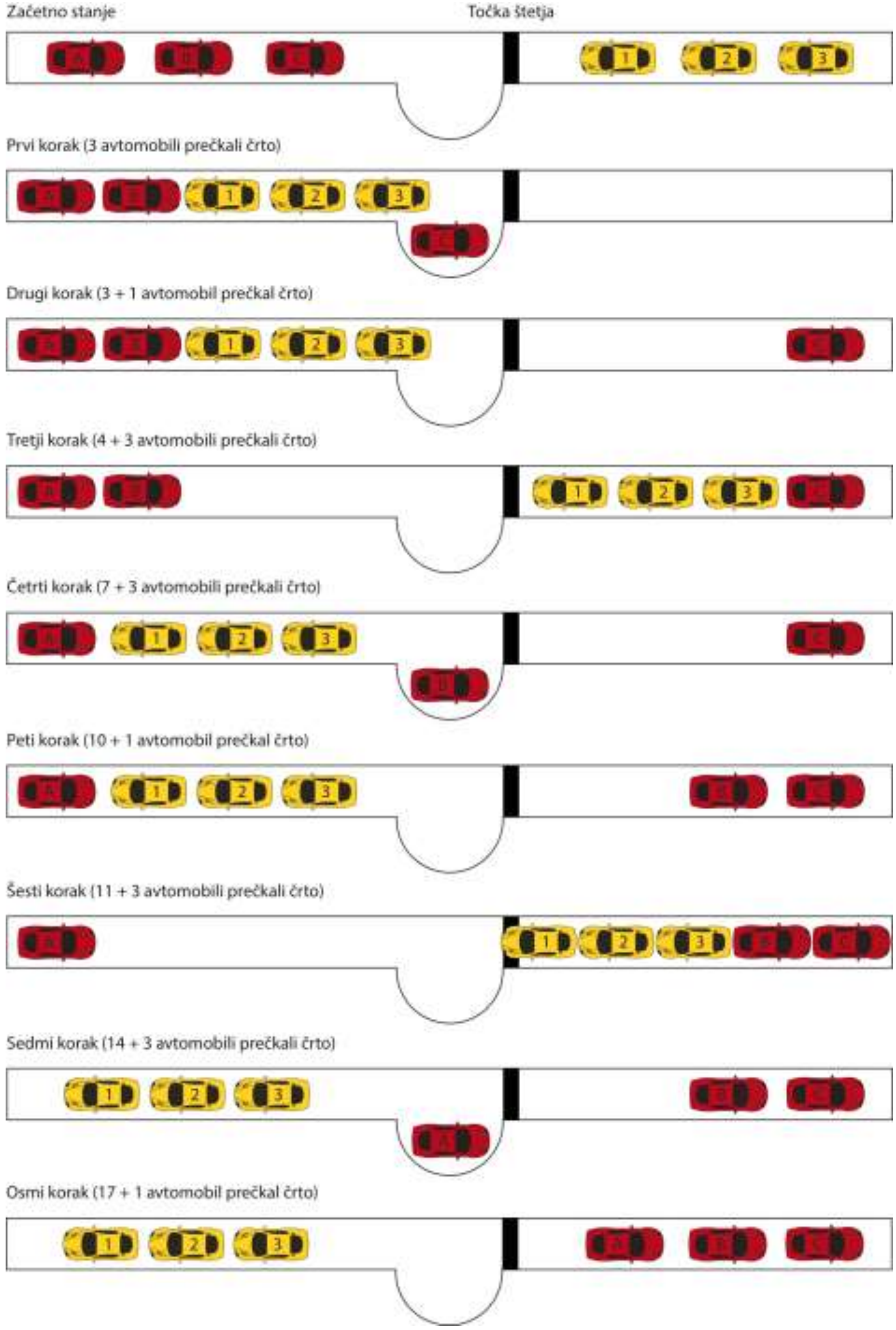
Seveda se vsem mudi, zato bi radi problem rešili s čim manj prevažanja. Na koncu morajo stati takole:



Pod črno črto desno od srečevališča je v cesto vgrajen števec prometa (šteje vsako vozilo, ki zapelje čezenj, v eno ali drugo smer). Najmanj koliko vozil bo preštel števec?

Rešitev

Osemnajst.

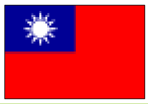


Računalniško ozadje

Planiranje je eno od zanimivih podpodročij umetne inteligence: na voljo je določeno število potez, računalnik pa mora poiskati najkrajše (ali najcenejše ali najpreprostejše ...) zaporedje, ki pripelje do želenega stanja. Igranje šaha ni tako zelo različno od reševanja te naloge.

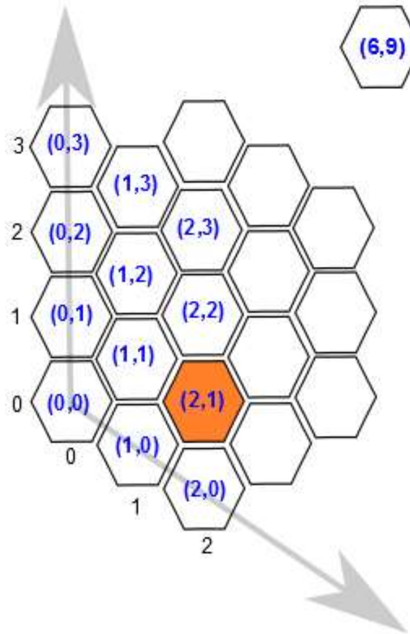
Šestkotniki

Državno, 6. - 9. razred



Čebela Tončka, ki stanuje v celici (2, 1), bi rada šla na obisk k prijateljici Jelki v celico (6, 9). Skozi najmanj koliko vrat bo morala? Z vrati je povezan vsak par sosednjih celic.

Rešitev



Osem. Možnih poti je več. Lahko gremo, recimo, desno gor do šestega stolpca, nato pa nadaljujemo navzgor.

Za lažje štetje lahko opazimo, da se pri pomikanju desno navzgor ohranja razlika med koordinatama – če gremo iz (2, 1) desno navzgor, bo druga koordinata vedno za 1 manjša od prve.

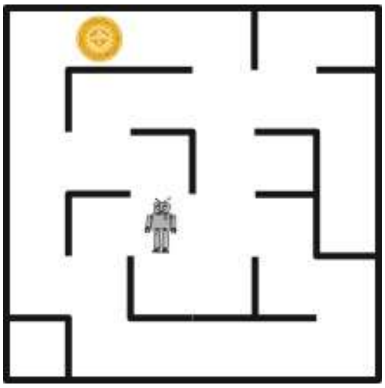
Ena izmed najkrajših poti je torej (2, 1) → (3, 2) → (4, 3) →(5, 4) →(6, 5) → (6, 6) → (6, 7) → (6, 8) → (6, 9). Prehodov skozi vrata je toliko, kolikor smo narisali puščic.

Računalniško ozadje

Šestkotne koordinate se velikokrat uporabljajo v računalniški grafiki, recimo v računalniških igricah. Pri tem je pogosto potrebno računati razdalje med polji.

Nezemeljska pisava

Državno, 6. - 9. razred



Prva bobrovska vesoljska odprava je na zapuščenem planetu naletela na zgradbo z labirintom, v kateri se nahaja skrivnostni zaklad. Do njega bo potrebno priti z robotom, ki je že v labirintu.

Odkrili so štiri zaporedja ukazov in slutijo, da eno od njih vodi robota do zaklada. Jezika ne poznajo. Vedo, da skrivnostne besede pomenijo sever, jug, vzhod in zahod, ne vedo pa, katera je katera. Lahko pomagaš? Katero zaporedje morajo uporabiti?

A) Ha', poS, poS, Ha', Ha', nlH

B) Ha', Ha', poS, Ha'

C) Ha', poS, poS, Ha', nlH, Ha'

D) Ha', poS, nlH, vl'ogh, Ha', poS

Rešitev

Prvi odgovor je lahko pravilen. Ha' bi lahko pomenil sever, PoS zahod ter nIH vzhod.

Zaporedje B je prekratko, saj je do zaklada nemogoče priti v manj kot šestih korakih.

Zaporedje C je napačno. Poglejmo vse štiri možne pomene besede Ha'.

- Če Ha' pomeni zahod, bi bil poS lahko le jug in robot bi se zaletel v steno pri tretjem koraku (poleg tega bi šel tako ali tako v napačno smer).
- Če Ha' pomeni vzhod, mora biti poS sever, vendar gre v tem primeru robot v napačno smer v četrtem koraku.
- Če je Ha' jug, je poS lahko le vzhod in po tem se robot zaleti v steno.
- Če je Ha' sever, mora biti poS zahod; temu bi morala slediti dva severa, vendar sledi le en Ha'.

Tudi zaporedje D je napačno, saj se nobena smiselna pot ne začne s tremi različnimi smermi.

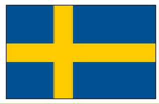
Računalniško ozadje

Kriptoanaliza je znanost prebiranja skrivnih sporočil. Kriptoanalitiki si pri dešifriranju sporočil lahko pomagajo z znanjem o besedah, ki bi lahko sestavljale skrito sporočilo. Med drugo svetovno vojno so Angleži v nemških sporočilih iskali imena mest in besede, povezane z vremenom.

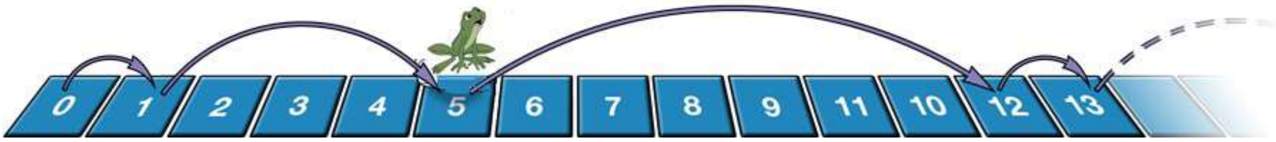
V nalogi smo opravljali delo kriptoanalitika, le da sporočilo ni bilo skrito namenoma, temveč smo brali starodavno besedilo v jeziku, ki ga nihče več ne razume. Naloga bi bila seveda veliko enostavnejša, če bi govorili Klingonščino. ;)

Svenovi skoki

Državno, 6. - 9. razred



Žabec Sven se igra tako, da skače po oštevilčenih kvadratih. Začne na kvadratu, označenim z 0, in skoči za 1 kvadrat naprej, nato za 4 kvadrate naprej, za 7 kvadratov naprej in nato ponovno za 1 kvadrat naprej, za 4 ... To zaporedje ponavlja, dokler se ne utrudi. Ker ima pošteno mokre krake, se na vseh kvadratih, na katere skoči, vidi odtis njegovih stopal.



Katera od spodnjih trojk vsebuje same takšne kvadrate, na katerih je odtisnjena Svenova noga?

A) 38, 59, 124
B) 36, 61, 125
C) 38, 60, 124
D) 36, 59, 125

Rešitev

Pravilen odgovor je 36, 61, 125.

Vzorec se ponavlja vsakih 12 kvadratov – tako kot gre po kvadratih 0, 1, 5, gre tudi po 12, 13, 17, po 24, 25, 29, po 36, 37, 41 in tako naprej. Skoči torej na kvadrate, katerih številke so deljive z 12 (prva števila izmed gornjih trojk), tiste s številkami, ki so za eno večje in je torej njihov ostanek po deljenju z 12 enak 1 (druga števila), in tiste s številkami, katerih ostanek po deljenju z 12 je 5.

Odgovor A je napačen, ker so ostanki po deljenju 38, 59 in 124 z 12 enaki 2, 11 in 4, kar je čisto narobe – na nobenem od teh treh ni Svenovih odtisov.

Odgovor B je pravilen; ostanki po deljenju so 0, 1 in 5.

Odgovor C je napačen. Ostanki so enaki 2, 0 in 4 – drugi kvadrat je Sven obiskal, ostalih dveh ne.

Odgovor D je napačen: ostanki so 0, 11 in 5, torej je bil le na prvem in zadnjem kvadratu.

Računalniško ozadje

Računalnikarji imamo radi matematike. Ostanki po deljenju poenostavijo marsikateri algoritem, posebej pomembni so, recimo, v kriptografiji, znanosti o šifriranju.

Plonkec za številko PIN

Državno, 6. - 9. razred

Matej nosi s seboj listek s tabelico, ki mu pomaga, da se spomni svoje skrivne štirimestne številke za odklepanje telefona.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
A	B	C	Č	D	E	F	G	H	I
J	K	L	M	N	O	P	R	S	Š
T	U	V	Z	Ž					

Če je njegova številka 9001, si jo lahko zapomni kot besedo HIŠA.

Besedo spremeni v številko tako, da prebere števke, napisane nad posameznimi črkami besede. Beseda KLET predstavlja številko 2 (nad K), 3 (nad L), 6 (nad E) in 1 (nad T), torej 2361.

Matej si mora zapomniti neko novo številko. Uporabi lahko tri od naslednjih besed, saj predstavljajo isto številko. Katera od besed ni prava?

A) KUŽA
B) KUNA
C) BUČA
D) BUDA

Rešitev

BUČA.

KUŽA, KUNA in BUDA predstavljajo številko 2251, C pa predstavlja številko 2241.

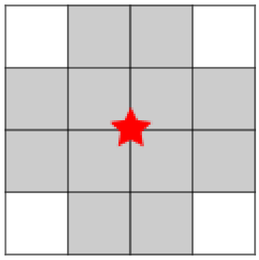
Računalniško ozadje

Številke PIN uporabljamo pri telefonih, bančnih in kreditnih karticah in še kje. Še veliko več kot številk pa si moramo zapomniti gesel. Ker je zelo nevarno uporabljati isto geslo na različnih mestih, si moramo priskrbeti primeren program za shranjevanje gesel, ali pa si izmisliti dober sistem, s katerim si lahko sestavljamo in zapomnimo težka gesla. Matej že ima svojega. Kakšnega pa si boš izmislil ti?

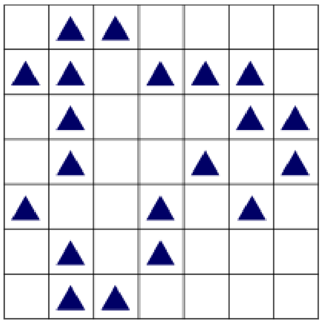
Zvočniki v vasi

Državno, 6. - 9. razred

V Bobrovski vasi bodo za obveščanje vaščanov postavili zvočnike. Kot kaže slika, mora biti vsak zvočnik postavljen tako, da leži na točki, kjer se dve črti sekata, zvok iz njega pa se sliši na območju, ki je pobarvan s sivo barvo.



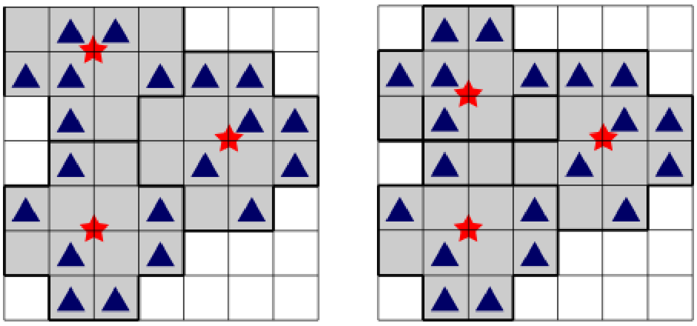
Spodnji zemljevid prikazuje Bobrovsko vas. Bivališča bobrov so označena z ▲.



Najmanj koliko zvočnikov morajo postaviti, da bodo obvestila lahko slišali v vseh bivališčih?

Rešitev

Postaviti morajo vsaj 3 zvočnike. To lahko naredijo na dva načina.



Računalniško ozadje

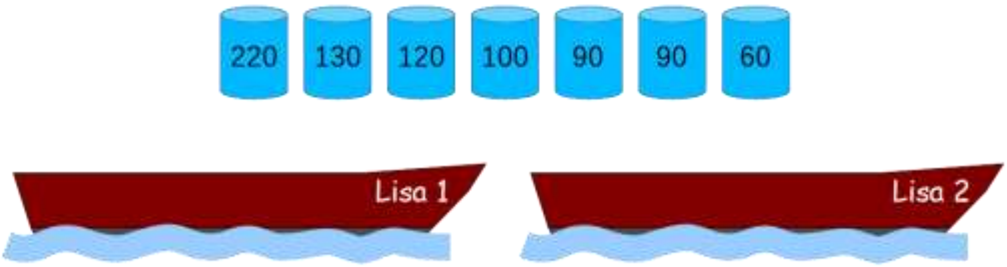
Podobno kot deljenje prostora na več manjših območij, tako da jih pokrijemo z vzorci, lahko tak pristop uporabimo tudi za načrtovanje postavljanja baznih postaj za mobilno telefonijo ali usmerjevalnikov za javno brezžično omrežje po mestih in s tem poskrbimo, da je z ustreznim signalom kar se da učinkovito pokrito večje območje.

Prevažanje smodnika

Državno, 6. - 9. razred

Gusarja Fik in Fak imata čolna, imenovana Lisa 1 in Lisa 2. Fik in Fak sta dvojčka in sta oba enako težka. Poleg sebe lahko na vsakega od čolnov natovorita največ 300 kg tovora.

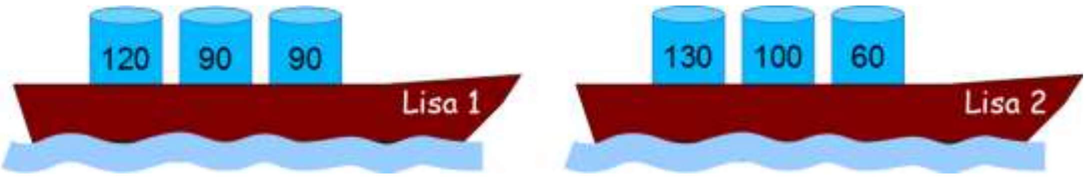
S čolnoma morata prepeljati do gusarske ladje čim več smodnika. Smodnik je naložen v sedmih sodih, ki jih ne smeta odpirati.



Največ koliko kilogramov smodnika lahko Fik in Fak prepeljeta z obema Lisama hkrati, pri čemer poskrbita, da bosta oba čolna varno plula?

Rešitev

Pravilni odgovor je 590 kg.



Na celini bo tako ostal samo največji sod.

Nalogo lahko rešimo tako, da se vprašamo, koliko smodnika bi prepeljala, če bi vzela največji sod. V čoln z 220-kilogramskim sodom bi lahko dodala le še 60-kilogramski sod, torej bi ta čoln peljal 280 kilogramov. Tudi če drugi čoln napolnita s 300 kilogrami (tako kot Liso 1 v rešitvi), bi bilo to skupaj 280 + 300 = 580 kilogramov.

Računalniško ozadje

Ljudje radi optimiziramo stvari, še posebej, kadar poskušamo s tem čim več zaslužiti. Gusarji tudi. Za optimizacijo večkrat uporabljamo računalnike (gusarji tudi), na primer za iskanje najkrajše poti in za čim bolj optimalno natovarjanje, tako kot v nalogi. Pri nekaterih takih nalogah je dovolj, da uporabimo požrešne pristope: najprej naredimo najbolj dobičkonosen korak, torej, recimo, zgrabimo najtežji sod. Vendar se izkaže, da se v najbolj zanimivih nalogah požrešnost ne izplača in ne prinese najboljše rešitve. V

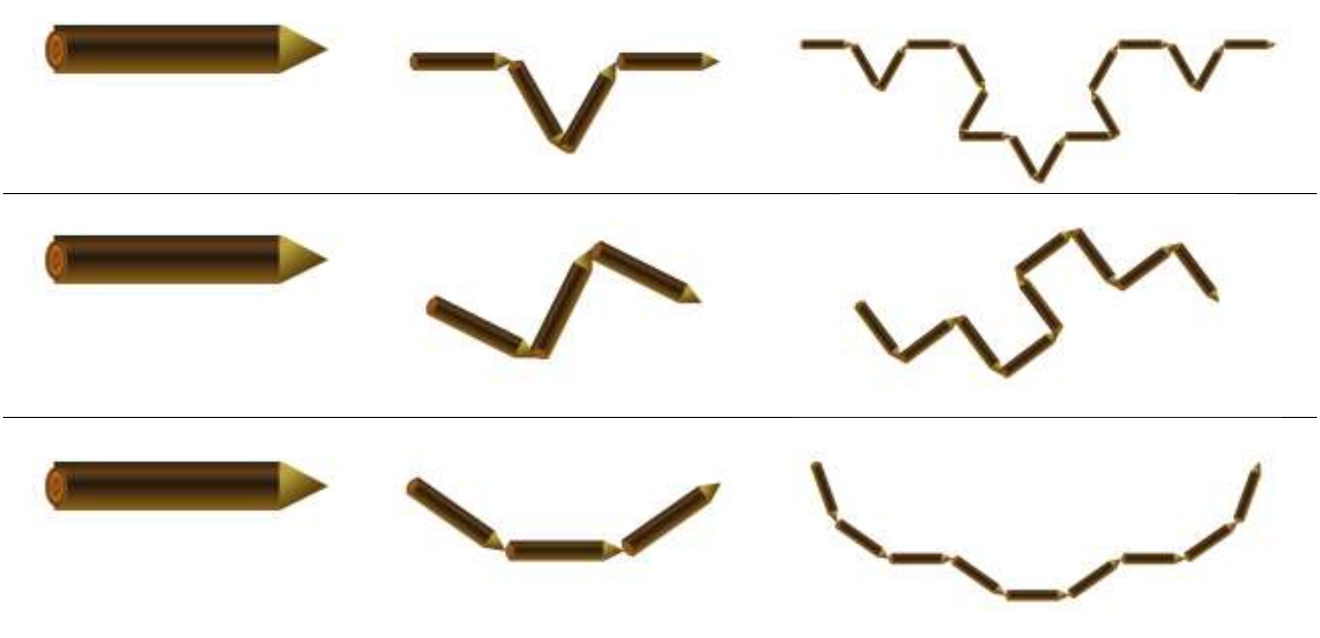
takih primerih moramo uporabiti bolj zahtevne postopke. Žal za večino optimizacijskih nalog velja, da jih je težko rešiti optimalno, tudi če uporabimo računalnike. Za te primere so računalničarji razvili takšne postopke, ki najdejo rešitev, za katero ne moremo biti prepričani, da je najboljša možna (in navadno v resnici ni), vemo pa, da je (navadno) kar dobra.

Vzorci iz hlodov

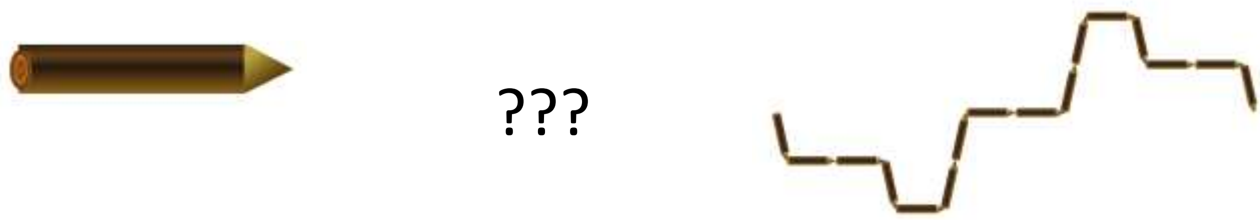
Državno, 6. - 9. razred

Bobri iz vej podrtih dreves sestavljajo umetniške vzorce. Vsaka umetnina začne nastajati iz enega dolgega in debelega hloda, ki ga po določenem pravilu nadomestijo z določenim vzorcem manjših. Potem spet vsakega od teh po istem pravilu nadomestijo s še manjšimi vejami. Nekaj primerov:

Na začetku — Prvi korak (vzorec) — Drugi korak



Kako mora izgledati vzorec, da bomo po drugi zamenjavi dobili spodnjo sliko?



A)

B)

C)

D)

Rešitev

Pravilen odgovor je A: 

Takole so videti tretji koraki vseh predlaganih odgovorov:

A.

B.

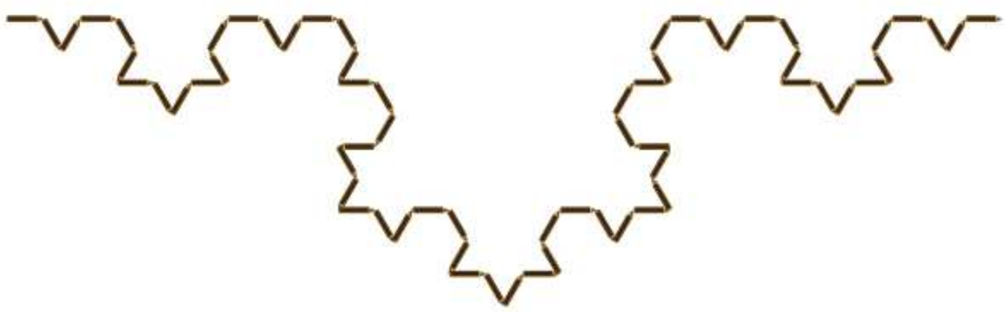
C.

D.

Računalniško ozadje

Računalniški programi predstavljajo skupek navodil, ki jih lahko izvede računalnik. Tudi zelo preprosta navodila lahko vodijo v zapleten postopek, če jih izvajamo ponavljajoče.

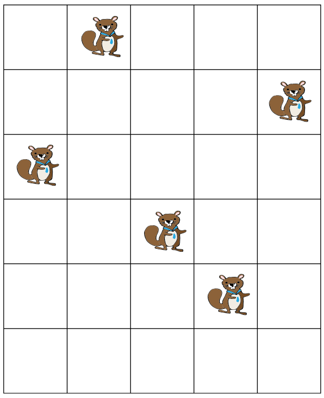
V tej nalogi je predstavljeno sestavljanje navodil za tako imenovane fraktale. Fraktali so grafičen vzorec, ki se ponavlja v neskončnost. Tako lahko zelo preprosta navodila vodijo v zelo lepe grafične vzorce. Eden takih je Kochova snežinka. Prva dva koraka za izris Kochove snežinke lahko vidite v prvem primeru, če naredimo še 1 korak, pa je videti takole:



Skrivni zemljevid

Državno, 6. - 9. razred in srednja šola

Skupina bobrov živi na pravokotnem področju mokrišča, ki je razdeljeno na 30 delov. Leva slika kaže, kje so bila njihova lanska bivališča.



1	2	3	4	5
1	1	2	3	4
1	1	2	3	3
0	0	1	2	2
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0

Da bi domovanje vsakega bobra ostalo skrivnost pred ostalimi živalmi, so se bobri odločili svoj zemljevid zašifrirati: pretvorili so ga v tabelo na desni. Po kakšnem pravilu so dobili številke, ugotovi sam(a).

Tabela, ki kaže njihova letošnja bivališča, je takšna.

1	3	4	7	9
1	3	4	6	8
1	2	3	5	6
1	2	3	4	5
0	1	1	2	3
0	0	0	0	1

Koliko bobrov živi znotraj označenega območja?

Rešitev

Številke v tabeli povedo, koliko bobrov živi levo spodaj od posameznega polja (skupaj z bobrom, ki morda živi na tem polju).

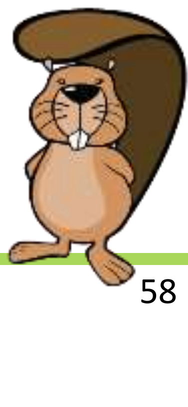
Vemo torej, da v območju, ki je na spodnji sliki obrobljeno z zeleno, živi osem bobrov. Levo od označenega območja, na rdeče obrobljenem območju, živijo trije. Nižje od označenega območja, na modro obrobljenem območju, prav tako živijo trije. Odšteti moramo 8 – 3 – 3 = 2. Ups, ne tako hitro! Območje, ki je hkrati levo in spodaj, smo odšteli dvakrat, zato ga bomo enkrat prišteti nazaj. Na njem (označili smo ga z oranžno) živi en bober, torej imamo 8 – 3 – 3 + 1 = 3.

1	3	4	7	9
1	3	4	6	8
1	2	3	5	6
1	2	3	4	5
0	1	1	2	3
0	0	0	0	1

Na enak način bi lahko hitro izračunali število bobrov na poljubnem področju.

Računalniško ozadje

Trik, kot si ga videl tu, pogosto uporabljamo pri programiranju. Za skrivanje, šifriranje podatkov ni posebej uporaben, saj očitno ni preveč skriven. Pač pa nam pomaga pri preštevanju: recimo, da bi imeli veliko večje naselje in mrežo velikosti 1000x1000 (v resnici sicer programerji redko preštevajo bobre, a tudi, kadar preštevajo kaj drugega, je reč podobna). Če bi želeli prešteti vse bobre znotraj določenega področja, bi to zahtevalo precej dela, če si prej pripravimo takšnole tabelo, pa lahko bobre znotraj poljubnega območja preštejemo z dvema odštevanjema in enim seštevanjem.



Tovarna abakov

Državno, 6. - 9. razred in srednja šola

Bobri radi računajo. Ko računi postajajo težji, si začnejo pomagati s preprostimi računalniki iz kroglic - abaki. Ana, Katja in Filip so odprli tovarno abakov.

Sestavljanje abaka poteka v treh korakih:

1. Vstavljanje palic v levi del okvirja.
2. Dodajanje kroglic na palice.
3. Pritrditev preostalega dela okvirja.

Ana, Katja in Filip niso enako hitri. Spodnja tabela prikazuje čas (v minutah), ki ga vsak od njih potrebuje za posamezen korak.

	Vstavljanje palic v levi del okvirja	**Dodajanje kroglic na palice**	**Pritrditev preostalega dela okvirja**
Ana	10	15	15
Katja	10	20	10
Filip	15	10	15

Če imajo samo 2 uri časa, kako naj se organizirajo, da bodo sestavili čim več abakov?

A) Abake dela vsak zase.

B) Ana vstavi palice v levi del okvirja, Filip doda kroglice, Katja pritrdi preostanek okvirja.

C) Filip vstavi palice v levi del okvirja, Katja doda kroglice, Ana pritrdi preostanek okvirja.

D) Ana in Katja vstavita palice v levi del okvirja, Filip doda kroglice in pritrdi preostanek okvirja.

Rešitev

Pravilni odgovor je B. Ana vstavi palice v levi del okvirja (10 minut), Filip doda kroglice (10 minut), Katja pritrdi preostanek okvirja (10 minut). Prvi abak bo tako sestavljen po pol ure, naslednji pa 10 minut kasneje. V 120 minutah bodo sestavili 10 abakov.

Če vsak od njih sam izdeluje abake (odgovor A), bo vsak potreboval 40 minut, da sestavi enega. V 120 minutah bo vsak sestavil 3, tako da jih bodo imeli skupaj 9.

Če izberemo odgovor C, bodo za izdelavo prvega abaka potrebovali 50 minut, nato pa bodo naslednjega izdelali vsakih 20 minut, saj toliko časa potrebuje Katja, da opravi svojo nalogo. V 120 minutah bodo dokončali 4 abake.

Z odgovorom D bodo imeli po 35 minutah sestavljen prvi abak, nato pa vsakih 25 minut novega, saj toliko časa potrebuje Filip, da sestavi abak do konca. Po 120 minutah bodo imeli samo 4 abake.

Računalniško ozadje

V nalogi bobri skupaj izdelujejo abake. To počnejo tako, da vsak naredi en del naloge, nato pa svoj izdelek poda naslednjemu, ki z izdelavo abaka nadaljuje. Temu v računalništvu rečemo cevovod.

Takšni "cevovodi", kjer je izdelek enega delavca, naprave ali tovarne surovina za drugega in se izdelava dogaja istočasno, so pogosti v vsakdanjem življenju: tovarne, pisarne, transport ipd. Pomembno je, da za boljše rezultate te procese optimiziramo. Pogosto so procesi preveč zahtevni, da bi jih lahko optimizirali ročno, zato uporabimo računalnike. Prav tako kot v tej nalogi se tudi v vsakdanjem življenju procesi začenjajo z začetnim zamikom, saj moramo najprej izdelati prvi izdelek, da lahko začnemo izdelovati drugega.

Računalniški čipi so prav tako pogosto sestavljeni iz več enot, ki lahko delujejo vzporedno, vendar potrebujejo vhodne podatke eden od drugega, tako kot Ana, Katja in Filip. Dandanes, ko se je dejanska hitrost procesorjev večinoma ustalila, se njihovo delovanje pospešuje tako, da uvajajo več vzporednih procesorjev in sestavijo bolj učinkovite "cevovode".

Odtisi stopinj

Državno, 6. - 9. razred in srednja šola

Bobri s tacanjem rišejo drevesa. Nanja se dobro spoznajo, zato so jim nadeli imena.

1-drevo narediš takole:

```
Naredi 1 korak naprej in naredi odtis stopinje.
Naredi korak nazaj.
```

2-drevo narediš takole:

```
Naredi 2 koraka naprej, na vsakem koraku naredi
odtis stopinje.
Obrni se desno in naredi 1-drevo.
Obrni se levo in naredi 1-drevo.
Naredi 2 koraka nazaj.
```

Kako narediš 3-drevo, lahko že uganemo:

```
Naredi 3 korake naprej, na vsakem koraku naredi
odtis stopinje.
Obrni se desno in naredi 2-drevo.
Obrni se levo in naredi 2-drevo.
Naredi 3 korake nazaj.
```

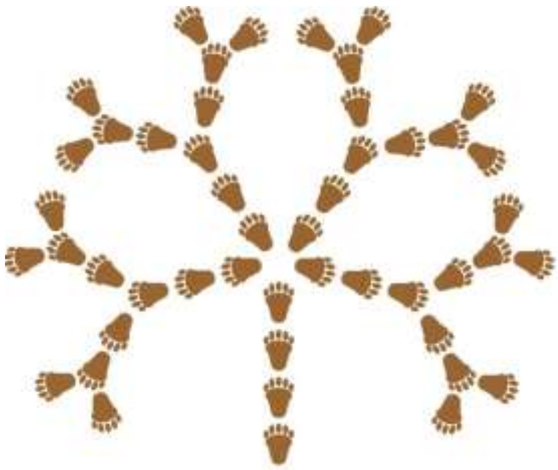
Kako je videti 4-drevo?

A)

B)

C)

D)



Rešitev

Pravilen odgovor je A, saj morajo bobri najprej narediti 4 korake, nato se obrnejo desno in naredijo 3-drevo, nato levo in spet naredijo 3-drevo in se pomaknejo 4 korake nazaj.

Odgovor B ne bo pravi, saj se veje ne zaključijo z 1-drevesom. Drevo C se začne s tremi stopinjami namesto s štirimi. V drevesu D pa je tako ali tako vse pretacano.

Računalniško ozadje

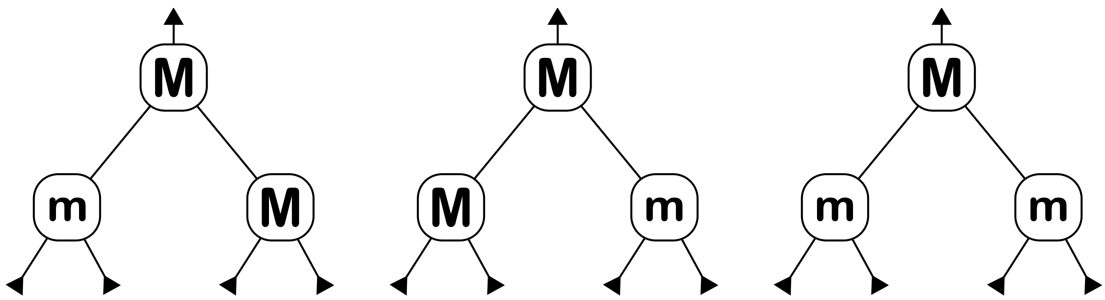
Vzorec, ki mu sledijo bobri, je zanimiv, ker lahko z njim narišemo poljubno veliko drevo.

X-drevo je sestavljeno iz X korakov naprej in dveh (X-1)-dreves, ki ju lahko sestavimo iz X-1 korakov in dveh (X-2) dreves in tako naprej, dokler ne pridemo do 1-dreves. Takšnim načinom opisovanja pravimo "rekurzivni opis" in ga pogosto uporabljamo pri programiranju, saj nam lahko olajša razmišljanje o kakih zapletenih problemih s tem, da jih spremeni v manjše, preprostejše.

Sumljive naprave

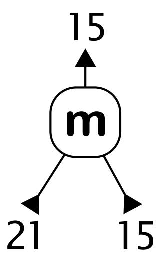
Šolsko, 8. in 9. razred ter srednja šola

Boštjan je sestavil tri naprave, v katere vložimo štiri števila in vrnejo drugo največje od njih.

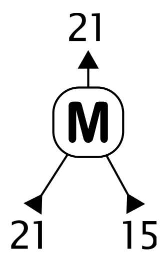


Naprave uporabljajo dva tipa enot, ki ju imenujemo "min" in "maks".

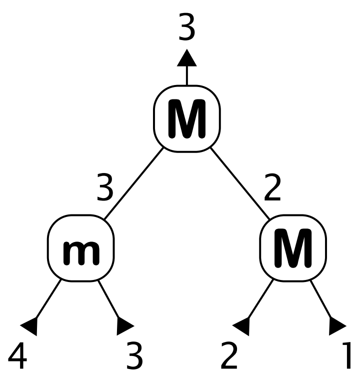
V min vstopita dve števili in na izhod pride manjše od njiju.



V maks vstopita dve števili in na izhod pride večje od njiju.



Če Boštjan, na primer, vstavi v prvo napravo (po vrsti) števila 4, 3, 2, 1, dobi število 3. To je pravilno, saj je 3 res drugo največje število.



Ko so bile naprave končane, je vanje vnesel le dve kombinaciji – in odkril, da nobena naprava ne deluje, kot mora: vsaka od njih je naredila napako pri vsaj eni od dveh kombinacij, ki ju je preskusil. Kateri kombinaciji je vnesel?

A. 1, 2, 4, 3 in 2, 3, 4, 1 **B.** 1, 4, 2, 3 in 2, 3, 4, 1

C. 2, 1, 3, 4 in 2, 3, 4, 1 **D.** 1, 4, 2, 3 in 4, 1, 2, 3

Rešitev

V ponujenih odgovorih se pojavlja pet različnih kombinacij. Za vsako od njih poglejmo, kakšen odgovor vrnejo posamezne naprave.

Kombinacija	Prva naprava	Druga naprava	Tretja naprava
1, 2, 4, 3	Napačno: 4		
2, 1, 3, 4	Napačno: 4		
1, 4, 2, 3		Napačno: 4	Napačno: 2
4, 1, 2, 3		Napačno: 4	Napačno: 2
2, 3, 4, 1	Napačno: 4		Napačno: 2

Iščemo tak par kombinacij, da se bo vsaka od naprav zmotila vsaj na eni od njiju.

Pri kombinacijah v odgovoru A (1, 2, 3, 4 in 2, 3, 4, 1) se zmotita prva in tretja naprava, druga pa ne. Pri kombinacijah v B (1, 4, 2, 3 in 2, 3, 4, 1) se zmotijo vse tri naprave, zato je to pravilni odgovor. Pri kombinacijah v C (2, 1, 3, 4 in 2, 3, 4, 1) se zmotita le prva in tretja. Pri kombinacijah v D (1, 4, 2, 3 in 4, 1, 2, 3) se zmotita le druga in tretja.

Če moramo izbrati dve kombinaciji izmed naštetih, potrebujemo bodisi 1, 4, 2, 3 bodisi 4, 1, 2, 3, da bomo pokazali, da ne deluje druga naprava. Pri obeh kombinacijah se zmoti tudi tretja, tako da potrebujemo le še poljubno kombinacijo izmed ostalih treh, da pokažemo nedelovanje prve naprave.

Znaš poiskati kakšno kombinacijo, pri kateri se zmotijo vse tri naprave?

Računalniško ozadje

Računalnikarji morajo previdno preveriti delovanje svojih programov. Kot vidimo v tej nalogi, ni dovolj, da preskusimo le eno ali dve vrednosti: preverjanje mora biti natančno in sistematično, da nam ne uide kak poseben primer, pri katerem programi ne delujejo.

Kvadrati

Šolsko, 8. in 9. razred ter srednja šola

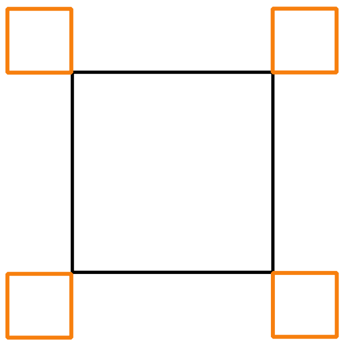
Mali robot, ki je specializiran za risanje kvadratov, pozna tri ukaze:

`Oranžna`	Nariši oranžno črto dolžine 1.
`Črna`	Nariši črno črto dolžine 1.
`Obrat`	Obrni se za 90 stopinj desno.

Ukaze lahko sestavljamo.

- Če naštejemo več ukazov, jih ločimo z vejico.
- Če pred ukaz napišemo številko in x;, bo robot večkrat ponovil ukaz. Če napišemo, recimo **`3 x Obrat`**, se bo trikrat obrnil na desno.
- Če želimo ponoviti zaporedje več ukazov, jih zapremo v oklepaj. Tako bo, recimo, **`3 x (Črna, Obrat)`** trikrat narisal črno črto in se obrnil.

Narisali bi radi takšno sliko.

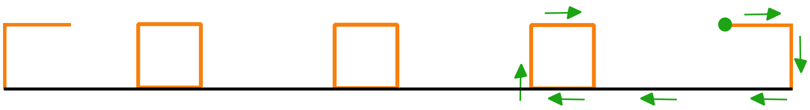


To lahko storimo na različne načine. Trije od spodnjih so pravilni. Kateri je napačen?

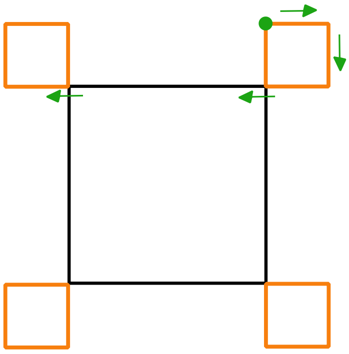
A. 4 x (2 x (Oranžna , Obrat), 3 x Črna, 2 x (Oranžna, Obrat))
B. 4 x (2 x (Oranžna, Obrat), Oranžna, 3 x Črna, Oranžna, Obrat)
C. 4 x (3 x Črna, 3 x (Oranžna, Obrat), Oranžna)
D. 4 x (Črna, 3 x (Oranžna, Obrat), Oranžna, 2 x Črna)

Rešitev

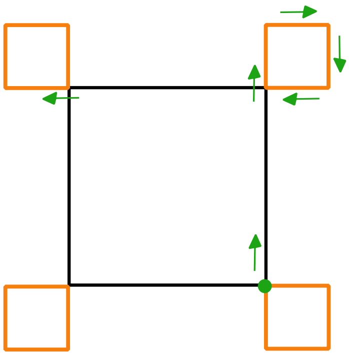
Napačno je zaporedje A, ki naredi tole.



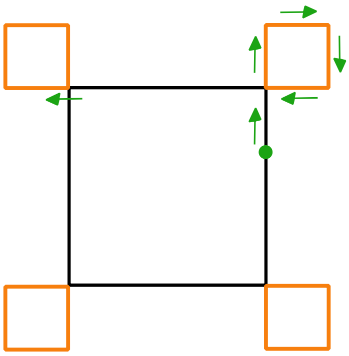
Zaporedje B riše takole



C takole



in D takole



Računalniško ozadje

Računalniško ozadje je očitno: programiranje.

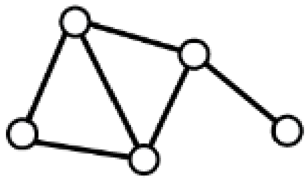
Neznani prijatelj

Šolsko, 8. in 9. razred ter srednja šola

Ko smo skupino petih bobrov povpraševali o njihovih prijateljstvih, smo dobili naslednje odgovore:

- Miha je prijatelj z Laro, Janezom in Petrom.
- Janez je prijatelj z Miho in Ano.
- Ana je Janezova prijateljica.
- Peter je prijatelj z Miho in Laro.
- Lara prijateljuje z Miho in Petrom.

Nato so bobri tudi narisali svoja prijateljstva, kot prikazuje slika. Vsak bober je predstavljen s krogom in dva kroga sta povezana, če sta bobra, ki ju predstavljata prijatelja. Vendar so pozabili v kroge zapisati svoja imena.



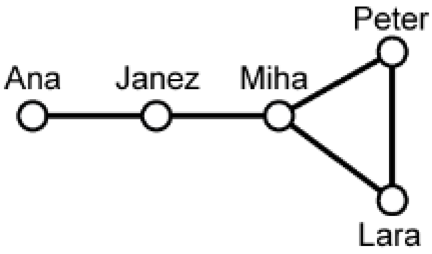
Če primerjamo poznana prijateljstva med bobri s sliko, ugotovimo, da se ne ujemajo: na sliki je narisano še eno prijateljstvo, ki ga bobri niso omenili. Kaj lahko sklepate o tem dodatnem prijateljstvu?

A. Janez in Peter sta prijatelja.
B. Janez ima še enega prijatelja, vendar ne vemo, katerega.
C. Ana ima še enega prijatelja, vendar ne vemo, katerega.
D. Nimamo dovolj informacij, da bi lahko zagotovo vedeli karkoli od zgoraj naštetega.

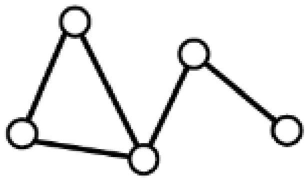
Rešitev

Pravilen je odgovor B. Ugotovimo lahko, da je Janez prijatelj ali s Petrom ali z Laro, a ne moremo vedeti, s katerim od njiju.

Problem najlažje rešimo tako, da narišemo sliko, ki bi jo narisali bobri, če ne bi imeli dodatnega prijateljstva. Seveda, za razliko od površnih bobrov, pri tem ne pozabimo zapisati tudi imen. Naša slika je lahko takšna (ali podobna):



Primerjava obeh slik pokaže, da če sliki, ki so jo narisali bobri, odstranimo eno povezavo, dobimo enake povezave, kot jih ima naša slika:



Sedaj lahko na sliko vpišemo še nekaj manjkajočih imen: od desne proti levi krogi ustrezajo Ani, Janezu in Mihi. Za ostala dva kroga ne moremo vedeti, katera bobra predstavljata – zgornji je lahko Peter in spodnji Lara, ali pa ravno obratno.

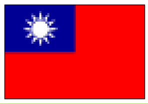
Torej lahko ugotovimo le to, da dodatna povezava povezuje Janeza s Petrom ali z Laro.

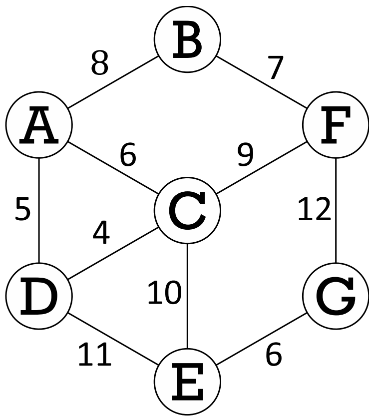
Računalniško ozadje

Take slike s krogi in povezavami imenujemo grafi. Grafi so ena izmed osnovnih predstavitev podatkov v računalništvu in v matematiki. V teoriji grafov kroge imenujemo vozlišča, črte, ki povezujejo vozlišča, pa imenujemo povezave. Eden izmed zanimivih problemov, ki jih pogosto rešujemo v povezavi z grafi, je, kako se podan graf prilega drugemu grafu. Če se dva grafa popolnoma prilegata drug drugemu (en graf lahko spremenimo v drugega enostavno tako, da preimenujemo njegova vozlišča in jih drugače narišemo), rečemo, da sta grafa izomorfna.

Mafija

Šolsko, 8. in 9. razred ter srednja šola



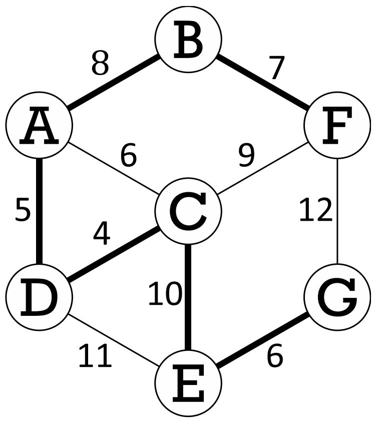


A, B, C, D, E, F in G so šefi mednarodne bobrovske mafije, znani zgolj po začetnicah svojih imen. Zaradi varnosti vsak od njih pozna le nekaj drugih šefov; kdo pozna koga kažejo povezave.

Številke ob povezavah kažejo cene mednarodnih telefonskih klicev. Ker je bobrovska mafija relativno revna, bi radi za telefonarjenje porabili čim manj denarja.

Bober B je izvedel za transport, ki bi ga kazalo oropati. Novico o tem je potrebno razširiti med ostale bobre. Koliko denarja bodo porabili, če se med seboj pokličejo na čim cenejši način?

Rešitev



Naloge se lahko lotimo na več načinov. Najpreprostejši je tale.

Komu bo povedal B? F-ju, ker je to najcenejše.

Komu bosta povedala B in F? A-ju, ker ju to stane le 8. Če bi C-ju, bi ju 9, če G-ju pa 12.

Komu bodo povedali A, B in F? D-ju, kar jih stane 5. Če bi C-ju, bi jih 6, če G-ju 12.

Komu bodo povedali A, B, F in D? C-ju, saj to stane le 4. Naslednji, ki izve, je E, na koncu pa še G.

Vse skupaj torej stane 40. Če dobro razmislimo, vidimo, da bomo dobili enake povezave tudi, če bi za rop izvedel kdo drug, recimo D ali E ali celo G. Kar razmislite. Obveščanje vedno stane enako.

Drug način, kako priti do iste rešitve, je, da najprej dodamo najcenejšo povezavo, to je 4. Nato dodamo drugo najcenejšo, 5. Tretje, 6 med A in C ne dodamo, saj ne prinese ničesar novega. Pač pa lahko dodamo povezavo 6 med E in G ...

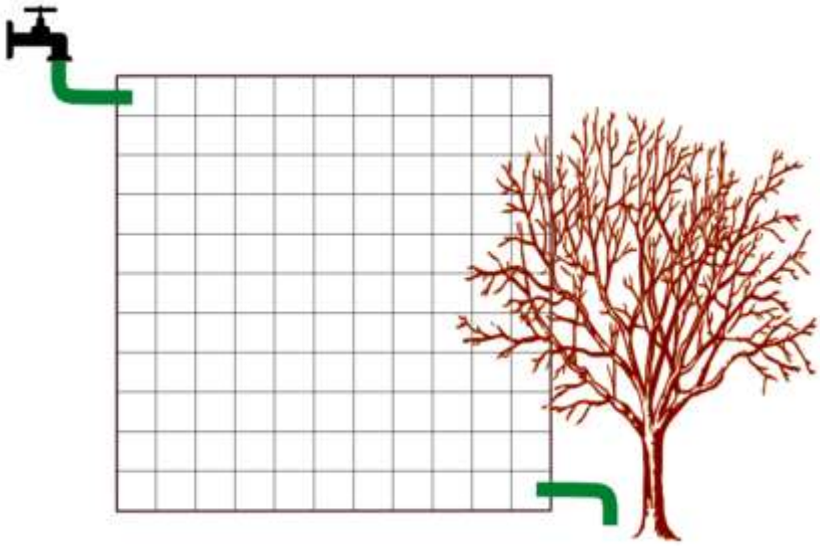
Računalniško ozadje

Temu, kar smo sestavili, pravimo najmanjše vpeto drevo. Tule gre sicer bolj za "pot" od F do G, pri kakih drugih podatkih pa bi lahko dobili tudi bolj razvejano rešitev. Postopek za sestavljanje najmanjših vpetih dreves so si prvič izmislili za kar podoben problem: načrtovanje telefonskih povezav, pri katerih bi porabili čim manj žice.

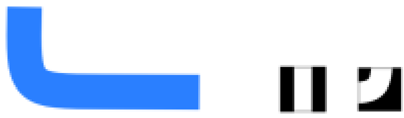
Zalivanje drevesa

Državno, 8. in 9. razred, srednja šola

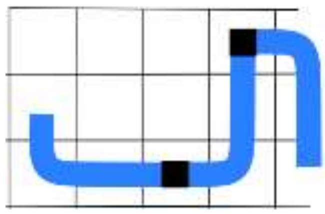
Lidija bi rada zalila jablano na vrtu. Zato mora pripraviti cev, ki bo speljana od pipe z vodo do drevesa.



Na voljo ima le cevi natanko določene oblike ter dve vrsti spojev za cevi, kot prikazuje spodnja slika.



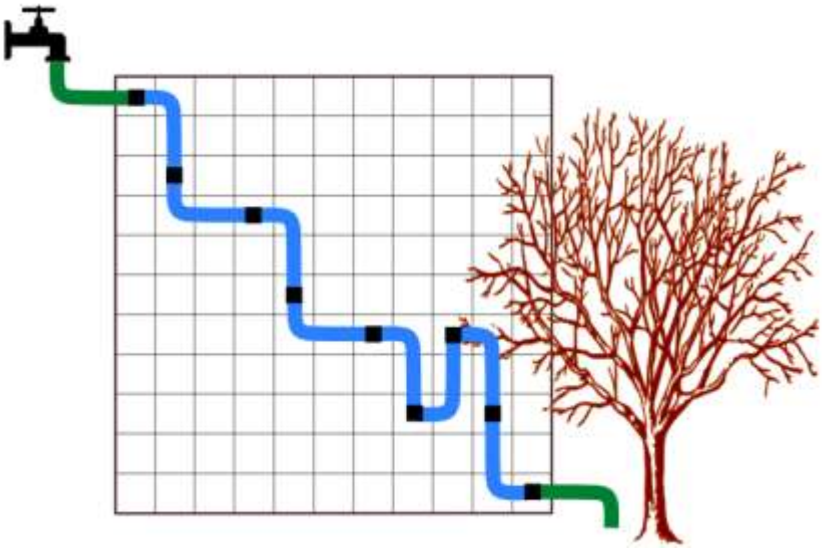
Na sliki je primer, kako lahko iz nekaj razpoložljivih kosov sestavimo cev:



Najmanj koliko kosov cevi potrebuje Lidija, da pripelje vodo do drevesa?

A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

Rešitev



Pravilni odgovor je C. Osem kosov cevi zadostuje, da pripeljemo vodo do drevesa. Rešitev (edini možni primer rešitve) prikazuje slika.

In kako vemo, da naloge ne moremo rešiti z manj kosi? No, to pa je že bolj zanimivo.

Predstavljajte si, da se sprehajate iz kvadrata levo zgoraj do kvadrata desno spodaj na sliki, pri vsakem koraku pa se lahko premaknete le en kvadrat levo, desno, gor ali dol. Zgornji levi kvadrat je oddaljen najmanj 20 korakov od spodnjega desnega kvadrata, ne glede na pot, ki si jo izberemo, če le gremo vedno le v desno in navzdol (preverite sami s štetjem!).

Vsak kos cevi, ki jo imamo na voljo, pokrije razdaljo treh korakov. Tako bi za 20 korakov potrebovali najmanj 7 kosov cevi. Vendar pa nas 7 kosov cevi pripelje 21 korakov daleč, kar je en korak predaleč od našega cilja. Tako bi lahko na primer naredili 10 korakov v desno ter preostalih 11 korakov v navpični smeri. Če je od tega 10 korakov navzdol (da pridemo do cilja), kam bi naredili enajsti korak? Če je tudi ta navzdol, pridemo v kvadrat pod ciljem, če pa je navzgor, smo en kvadrat previsoko.

Z 8 kosi cevi lahko naredimo 24 korakov, kar je štiri korake več od potrebnih 20 korakov. Te dodatne štiri korake pa lahko usmerimo tako, da na koncu pridemo točno do cilja.

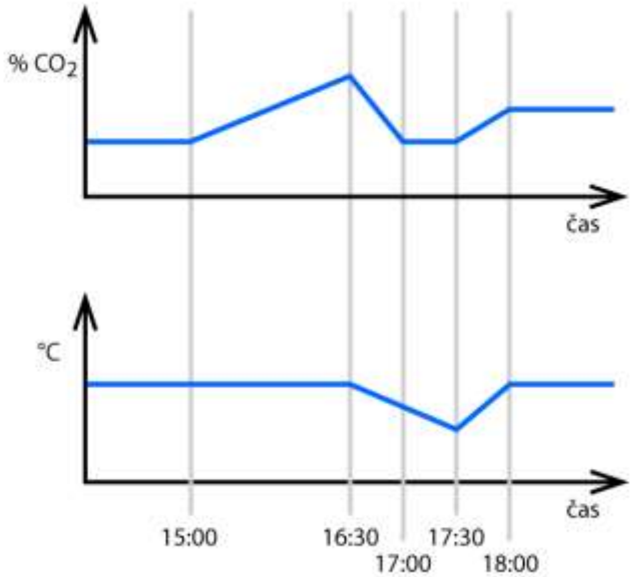
Računalniško ozadje

V nalogi smo delali kombinatorično optimizacijo: problem iskanja optimalne rešitve z omejenim naborom objektov (v našem primeru kosov cevi).

Dokaz, da potrebujemo najmanj osem cevi za rešitev problema, je povezan tudi z neko drugo zanimivo tematiko – razdaljo med dvema točkama. Navadno merimo premočrtne razdalje med točkama. A ne vedno. Recimo, da imamo mesto z veliko pravokotnimi ulicami. Najkrajša pot, ki jo moramo prehoditi, da pridemo od ene do druge točke, ni enaka dolžini ravne črte med tema dvema točkama (razen če lahko kot ptica letimo preko hiš), ampak je to vsota dolžin vseh vodoravnih in navpičnih ulic, ki jih moramo prehoditi, v kateremkoli zaporedju. Tako razdaljo imenujemo tudi manhattanska razdalja. Ime je dobila po (predvsem pravokotnih) ulicah in avenijah v mestnem okrožju Manhattan v New Yorku.

Senzorji

Kot ljudje tudi bobri z dihanjem proizvajajo ogljikov dioksid, zato morajo občasno prezračiti sobo. Bober Tim ima v sobi postavljene senzorje, ki merijo koncentracijo ogljikovega dioksida (% CO_2) v zraku in temperaturo (°C). Računalniški sistem v hiši beleži podatke s senzorjev in skuša v sobi vzdrževati stalno temperaturo.



Danes je mrzel zimski dan. Katera zgodba se ujema z zgornjima diagramoma?

A. Tim je vstopil v sobo ob 15:00 in se ulegel k počitku. Ob 16:30 je vstopila mama in odprla okno. Nato je odšla. Ob 17:30 se je Tim zbudil in je zaprl okno. Ob 18:00 je odšel iz sobe na večerjo.
B. Tim je vstopil v sobo ob 15:00. Ob 16:30 se je ulegel k počitku. Ob 17:00 je vstopila mama in odprla okno. Ob 17:30 je zaprla okno in odšla. Ob 18:00 se je Tim zbudil in odšel iz sobe na večerjo.
C. Tim je vstopil v sobo ob 15:00. Ob 16:30 je odšel iz sobe na čaj. Ob 17:00 je prišel nazaj in odprl okno. Ob 17:30 je zaprl okno. Ob 18:00 je odšel spat.
D. Tim je vstopil v sobo ob 15:00. Ob 16:30 je odprl okno. Ob 17:00 je zaprl okno in odšel iz sobe na čaj. Ob 17:30 je prišel nazaj. Ob 18:00 je odšel spat.

Rešitev

Pravilni odgovor je A.

Zgodba A se ujema z obema diagramoma. Ko je Tim vstopil v sobo ob 15:00, je koncentracija ogljikovega dioksida v sobi začela postopoma naraščati. Ob 16:30 je nekdo odprl okno, saj sta začeli padati tako temperatura kot tudi koncentracija ogljikovega dioksida. Ob 17:00 je koncentracija ogljikovega dioksida dosegla običajno vrednost 0,04 % in je zato prenehala padati. Ob 17:30 je nekdo zaprl okno, saj sta začeli tako temperatura kot tudi koncentracija CO_2 ponovno naraščati. Ob 18:00 je Tim zapustil sobo, zato se koncentracija CO_2 ni več spreminjala, saj je bilo okno zaprto, v sobi pa ni bilo nikogar, ki bi dihal.

Zgodba B se ne ujema z diagramoma. Če bi Tim ob 16:30 zadremal v sobi, bi še vedno proizvajal CO_2, zato bi koncentracija CO_2 še naprej naraščala tudi po 16:30. Vendar na diagramu vidimo, da je padla. Zato zgodba B ne more biti resnična.

Tudi zgodba C ne more biti resnična. Če bi Tim ob 16:30 zapustil sobo, bi koncentracija CO_2 ostala nespremenjena, prav tako pa tudi temperatura (saj ne bi bilo nobene izmenjave plinov). Vendar pa je iz diagramov razvidno, da sta tako koncentracija ogljikovega dioksida kot tudi temperatura ob 16:30 začeli padati.

Tudi zgodba D se ne ujema z diagramoma. Če bi Tim ob 17:00 zaprl okno in odšel iz sobe, bi se temperatura v sobi dvignila. Vendar pa je, glede na diagram, temperatura še naprej padala.

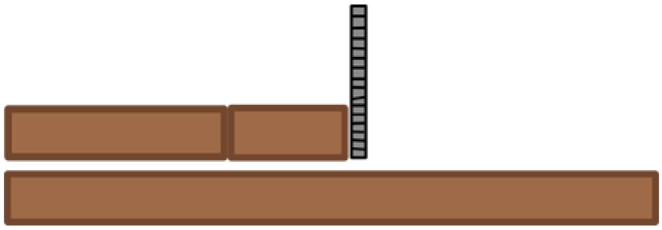
Računalniško ozadje

Sistemi za avtomatizacijo doma zbirajo podatke iz različnih senzorjev. S pravilno (in pametno) interpretacijo zbranih podatkov lahko računalniki identificirajo nevarne situacije in sprožijo alarm (na primer, visoka koncentracija CO kaže na ogenj) ali varčujejo z energijo (na primer, nespremenjena koncentracija CO_2 nakazuje, da ni nikogar v sobi, zato se lahko ugasnejo luči).

Vendar pa lahko iz zbranih podatkov pridobimo tudi informacije o osebnih navadah stanovalcev, kot smo videli v podani nalogi. Zato je zelo pomembno, da onemogočimo dostop do zbranih podatkov, da jih ne bi kdo zlorabil. Taki avtomatizirani sistemi so torej zelo uporabni, a so hkrati tudi tveganje za našo zasebnost.

Rezanje cevi

Državno, 8. in 9. razred, srednja šola



Luka ima tri cevi dolžine 4, 7 in 100 metrov. Za nov projekt potrebuje cev dolžine 13 metrov. Na svojo nesrečo je Luka založil meter, s katerim je vedno izmeril dolžino cevi pred rezanjem. Tako ima sedaj na razpolago le stroj, ki odreže cev na dolžino, enako dolžini neke druge cevi ali dolžini kombinacije več cevi.

Luka želi ohraniti čim večji del 100 metrske cevi nedotaknjene, saj jo bo potreboval pri naslednjih projektih.

Kako dolga je najdaljša možna cev, ki nam ostane, ko odrežemo 13 metrsko cev?

A. 87
B. 85
C. 84
D. 81

Rešitev

Pravilni odgovor je B.

Odgovor A ni pravilen, saj nimamo 13 metrske cevi za mero (iz 4 metrske in 7 metrske lahko sestavimo le 11 metrsko cev).

Odgovor B je pravilen. Sedemmetrsko cev lahko razrežemo na dva dela, dolžine 3 in 4 metre, z uporabo obstoječe 4 metrske cevi za mero. Nato uporabimo 3 metrsko cev za mero in od 4 metrske cevi odrežemo metrsko cev. Slednjo uporabimo za mero, ko od najdaljše cevi dvakrat odrežemo metrsko cev. Tako nam ostane najdaljša cev dolžine 98 metrov, poleg tega pa imamo šest kosov cevi (dolžin 1 m, 1 m, 1 m, 3 m, 3 m in 4 m), iz katerih lahko sestavimo 13 metrsko cev, ki jo uporabimo za mero pri rezanju najdaljše 98 metrske cevi. Torej nam na koncu ostane najdaljša cev dolžine 85 metrov.

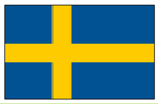
Odgovora C in D nista pravilna, saj to ni največja možna dolžina cevi, ki nam ostane.

Računalniško ozadje

Predstavljen problem je problem optimizacije, kjer moramo preiskati prostor stanj in poiskati tisto rešitev, ki minimizira reze glavne 100 metrske cevi.

Kdo je večji

Šolsko, srednja šola



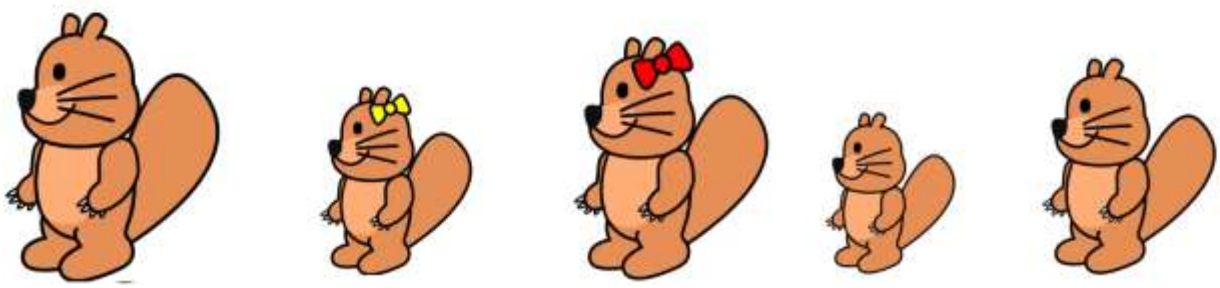
Mladi bobri Ana, Borut, Cvetka, Darko in Emil, vsi različno veliki, so zate pripravili uganko. Postavili so se v vrsto, eden za drugim, vsi obrnjeni v isto smer, v nekem vrstnem redu, ki so si ga določili sami. Nato je vsak od njih preštel, koliko bobrov je večjih od njega v vrsti pred njim in koliko za njim. Svoje ugotovitve so zapisali v spodnjo tabelo:

	število bobrov, ki so večji	
ime bobra	**pred**	**za**
Ana	1	2
Borut	3	1
Cvetka	1	0
Darko	0	0
Emil	2	0

V kakšnem vrstnem redu stojijo bobri?

Rešitev

Darko, Ana, Cvetka, Borut, Emil.



Darko **Ana** **Cvetka** **Borut** **Emil**

Iz tabele, v kateri je zapisano število večjih bobrov pred in za posameznim bobrom v vrsti, lahko sklepamo, da je Darko največji (določimo mu velikost 5), ker niti pred njim niti za njim ni nobenega bobra, ki bi bil večji. Po velikosti nato sledi Cvetka (velikost 4), pri kateri je v tabeli zapisan le en večji bober. Sledijo še Emil (velikost 3), Ana (velikost 2) in Borut (velikost 1), ki je najmanjši med vsemi bobri.

Darko mora biti prvi v vrsti, saj imajo vsi ostali bobri vsaj enega večjega bobra v vrsti pred njimi. Podobno mora biti Borut na četrtem mestu v vrsti, saj so pred njim trije večji bobri in eden večji za njim.

Darko (5)			Borut (1)	

Ker stojita za Ano dva večja bobra (to morata biti Cvetka in Emil) in ker je Borut manjši od nje, lahko Ana stoji le na drugem mestu v vrsti.

Darko (5)	Ana (2)		Borut (1)	

Ker za Emilom ni nobenega večjega bobra, mora biti Cvetka v vrsti pred njim. Torej je Emil zadnji v vrsti.

Darko (5)	Ana (2)	Cvetka (4)	Borut (1)	Emil (3)

Računalniško ozadje

Razvrščanje (sortiranje) je eden od osnovnih konceptov v računalništvu. Pri reševanju mnogih problemov uporabimo razvrščanje kot prvi korak k rešitvi, saj le-to omogoča razvrstitev neurejenih podatkov in posledično poenostavi algoritem za rešitev problema.

Logika je močno povezana z računalništvom. Ko rešujemo logični problem ali pa ko pišemo računalniški program, navadno izdelujemo rešitev po korakih; v vsakem koraku rešimo del problema in delne rešitve uporabimo pri rešitvi celotnega problema.

Vzdržljivo omrežje

Šolsko, srednja šola

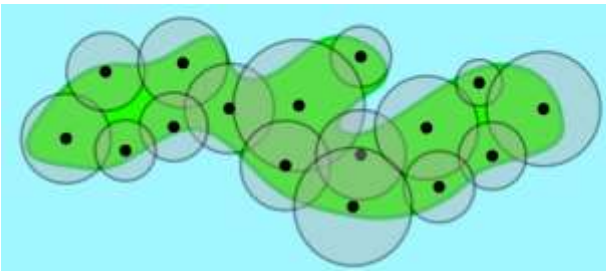
Podjetje Bober Telekom želi postaviti mobilno omrežje na Vetrovnem otoku.

Mobilno omrežje sestavlja več baznih postaj, vsaka bazna postaja pa s svojim signalom pokriva določeno območje (na sliki krog okoli bazne postaje, ki je v centru kroga). Za dve bazni postaji rečemo, da sta povezani, če se njuni področji dosega signala prekrivata. Dve bazni postaji lahko komunicirata med seboj, če sta povezani, pa tudi preko zaporedja medsebojno povezanih baznih postaj.

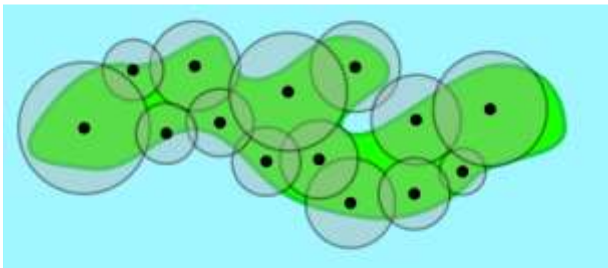
Na Vetrovnem otoku vedno močno piha in veter pogosto poškoduje bazne postaje. Bober Telekom želi postaviti bolj vzdržljivo omrežje, ki bi v primeru izpada ene bazne postaje še vedno delovalo, tako da bi vse bazne postaje (razen okvarjene) še vedno lahko medsebojno komunicirale.

Katera od spodnjih rešitev prikazuje primerno postavitev baznih postaj na otoku, da bo temu pogoju zadoščeno?

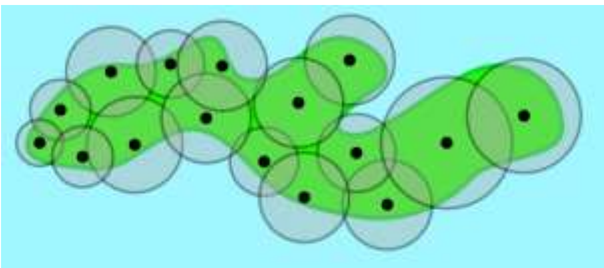
A



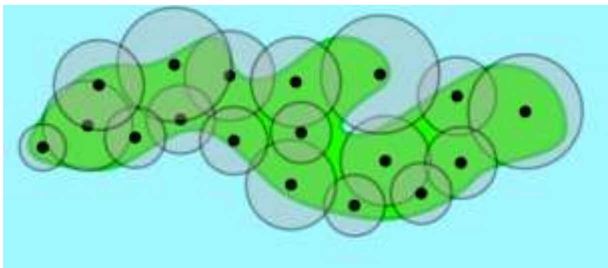
B



C

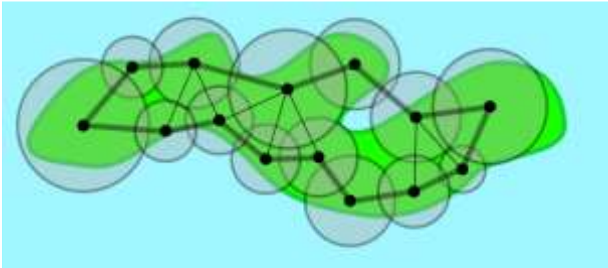


D

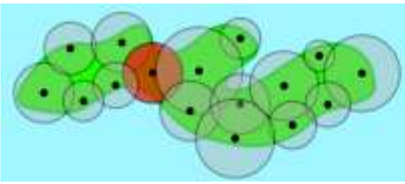


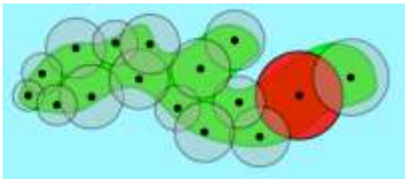
Rešitev

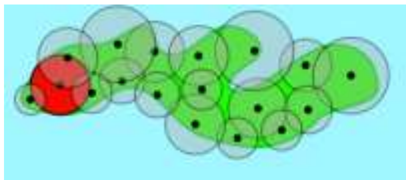
Pravilna rešitev je B. Če sledimo obali, vidimo, da so bazne postaje povezane v zanko, tako da v primeru izpada ene postaje signal še vedno lahko potuje med poljubnima dvema postajama. Povezanost postaj je prikazana na spodnji sliki.



V ostalih primerih (A, C in D) pa lahko najdemo vsaj eno bazno postajo, katere odpoved povzroči, da bazne postaje z dveh različnih koncev otoka ne morejo več komunicirati med sabo. Primer take postaje je za vsako od rešitev prikazan na spodnjih slikah (področje dosega te bazne postaje je označena rdeče).







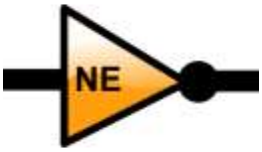
Računalniško ozadje

Postavitev baznih postaj (oglišča ali vozlišča) in njihova medsebojna povezanost imenujemo graf ali topologija omrežja. Raziskave takih struktur so zelo uporabne tudi za industrijo, saj omogočajo načrtovanje takih sistemov, ki so kar najbolj zanesljivi. Podobne strukture so lahko fizične ali logične in jih najdemo v različnih oblikah, kot so obroč, mreža in podobno. Uporaba takih znanih struktur nam omogoča tudi ocenjevanje njihovih lastnosti, predvsem v povezavi z različnimi vidiki njihove uporabnosti.

Logično vezje

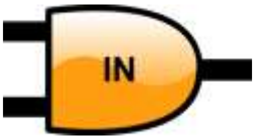
Šolsko, srednja šola

Logična vrata imajo enega ali dva vhoda na levi strani in izhod na desni strani. Vrata vklopijo (1) ali izklopijo (0) tok na izhodu, odvisno od toka na vhodu.



Če je vhod vklopljen (1), je izhod izklopljen (0).

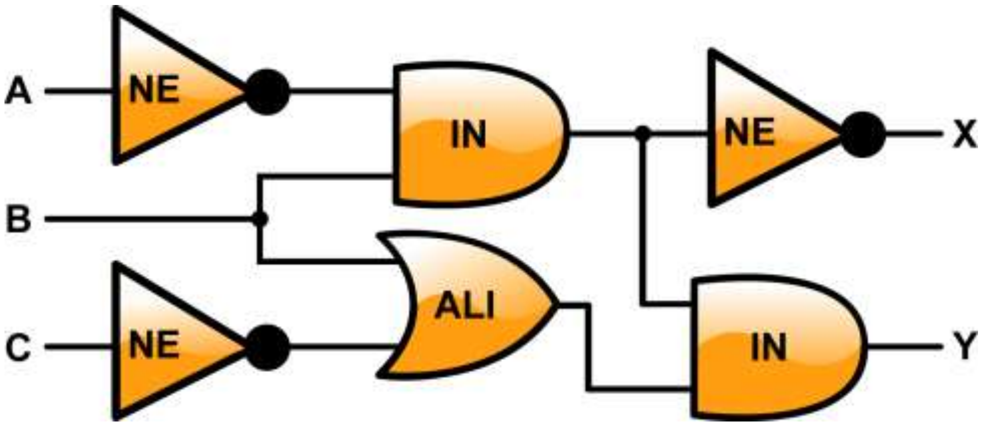
Če je vhod izklopljen (0), je izhod vklopljen (1).



Izhod je vklopljen (1), le če sta oba vhoda vklopljena (1).

Izhod je vklopljen (1) vedno, razen v primeru, ko sta oba vhoda izklopljena (0).

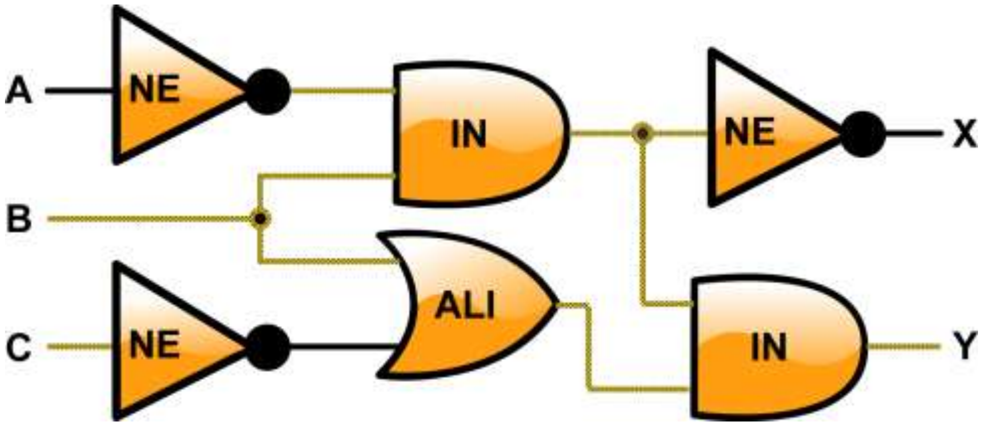
Recimo, da je vhod A izklopljen (0), vhoda B in C pa sta vklopljena (1). Kaj dobimo na izhodih X in Y na spodnji sliki?



Rešitev

X je izklopljen (0), Y je vklopljen (1)

Do rezultata pridemo tako, da sledimo toku in njegovim spremembam. Na spodnji sliki smo povezave, po katerih teče tok (vklopljene), označili rumeno-črno, povezave, po katerih ne teče tok (izklopljene), pa so ostale črne.



Računalniško ozadje

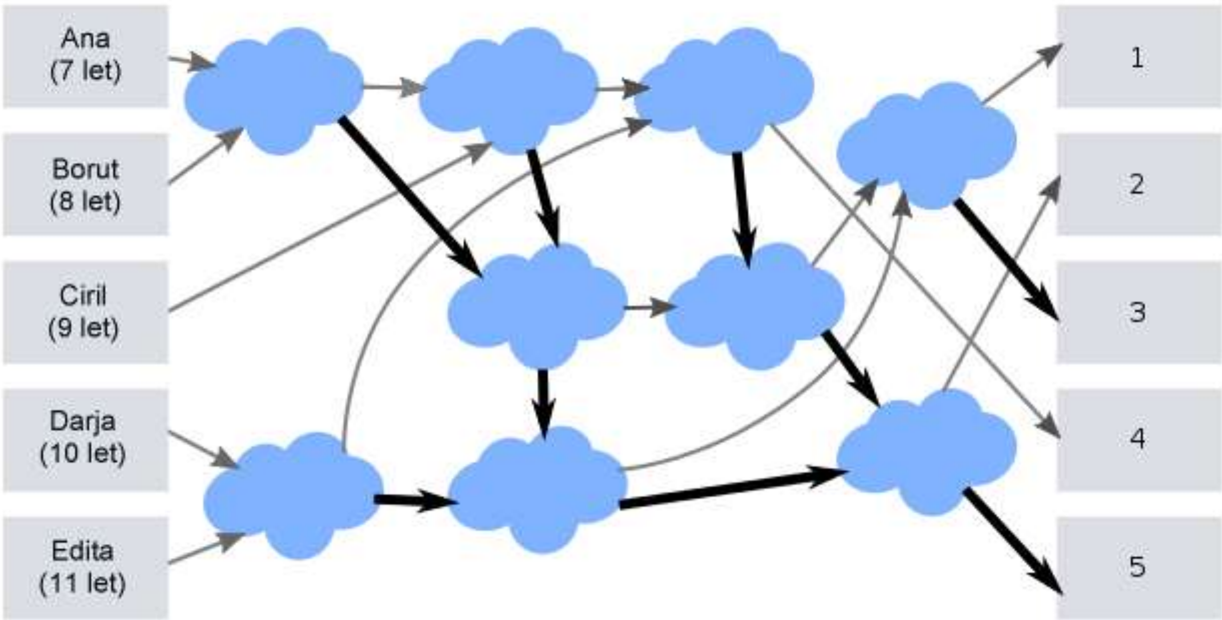
Logična vrata so osnovni gradniki digitalne elektronike, kot so računalniški procesorji. Ničle in enke so predstavljene z izklopom in vklopom električnega toka. V današnjih procesorjih najdemo na milijone takih vrat, ki so ustrezno povezana, da omogočajo delovanje računalnika.

Analizo takega omrežja lahko naredimo z uporabo Boolove algebre. Tako lahko na primer pokažemo, da vhod C ne vpliva na noben izhod v vezju na zgornji sliki.

Sprehod po oblakih

Šolsko, srednja šola

Pet bobrov, Ana (7 let), Borut (8 let), Ciril (9 let), Darja (10 let) in Edita (11 let), se igra igro, v kateri se sprehajajo po oblakih. Na vsakem oblaku počakajo, da nanj prispe tudi drugi bober, nato pa starejši bober nadaljuje pot do naslednjega oblaka po debeli puščici, medtem ko mlajši bober sledi tanki puščici.



Na katere izhode bodo prišli bobri na koncu igre?

A	B	C	D
1: Ana	1: Edita	1: Borut	1: Borut
2: Borut	2: Darja	2: Darja	2: Ciril
3: Ciril	3: Ciril	3: Ciril	3: Darja
4: Darja	4: Borut	4: Ana	4: Ana
5: Edita	5: Ana	5: Edita	5: Edita

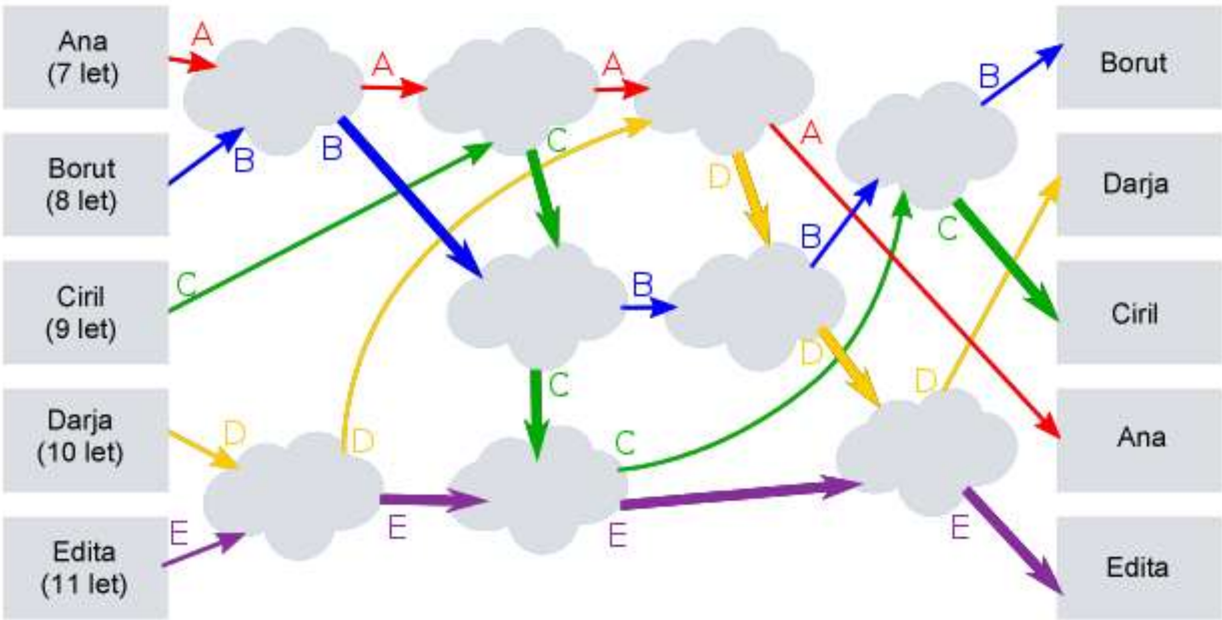
Rešitev

Pravilni odgovor je C. Preverimo vse ponujene rešitve.

Odgovor A je napačen. Najmlajši bober, Ana, vedno sledi tankim puščicam, katere vodijo do izhoda 4.

Odgovor B je napačen. Najstarejši bober, Edita, vedno sledi debelim puščicam, katere vodijo do izhoda 5.

Odgovor C je pravilen. Slika prikazuje premike posameznih bobrov (na sliki so označeni vsak v svoji barvi in z začetnico imena).

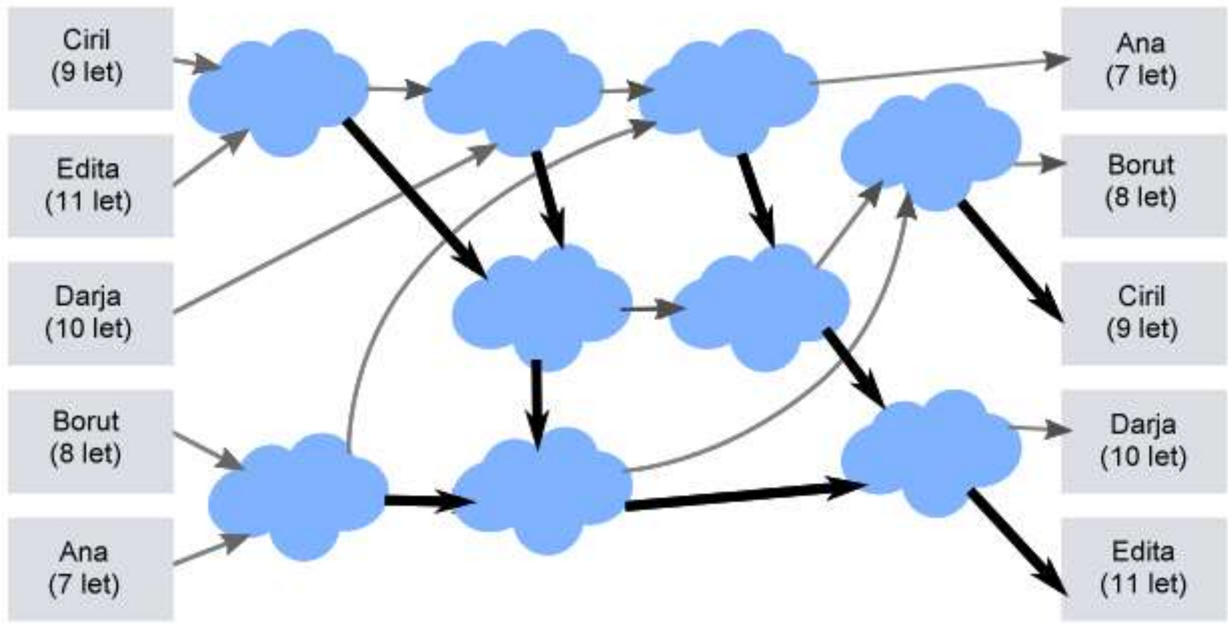


Odgovor D je napačen. Ana mora biti na izhodu 4, Edita pa na izhodu 5, zato sta zadnja dva izhoda pravilno določena. Darja je druga najstarejša med bobri, zato sledi tanki puščici dvakrat, ko se na oblaku sreča z najstarejšo Edito. Tako Darja sledi tanki puščici na prvem oblaku, nato po debelih puščicah pride do skrajno desnega spodnjega oblaka, kjer mora zaradi ponovnega srečanja z Edito spet slediti tanki puščici, ki jo pripelje na drugi izhod.

Računalniško ozadje

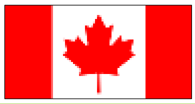
Podano omrežje sestavlja množica povezav med oblaki, vsak oblak pa je neke vrste primerjalnik, v katerem primerjamo vrednosti na vhodnih povezavah ter ustrezno usmerimo manjšo in večjo od obeh vrednosti naprej po različnih povezavah. Če v takem omrežju oblake (primerjalnike) povežemo na pravi način, lahko omrežje ureja zaporedje neurejenih vrednosti. Tako omrežje imenujemo urejevalno omrežje. Taka omrežja lahko delujejo vzporedno, zato so zelo učinkovita pri sortiranju vrednosti.

V primeru naše naloge omrežje sicer ne ureja, ker primerjalniki niso povezani na tak način. Omrežje na zgornji sliki vrne le vhodno zaporedje v drugem vrstnem redu. Spodnja slika prikazuje omrežje s spremenjenimi povezavami, tako da omogoča urejanje poljubnega vhoda:

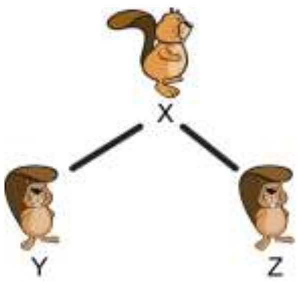


Povej svoje ime

Šolsko, srednja šola



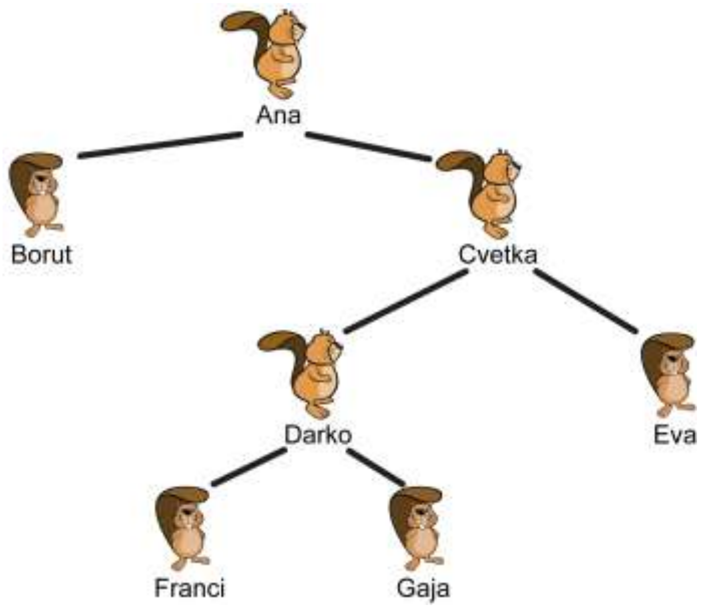
Sedem bobrov (Ana, Borut, Cvetka, Darko, Eva, Franci in Gaja) si je zamislilo igro, v kateri se razporedijo tako, da nekateri bobri z repom kažejo na enega bobra, obrnjeni pa so k drugemu bobru. Spodnja slika prikazuje bobra X, ki z repom kaže na bobra Y, obrnjen pa je k bobru Z. Bobra Y in Z ne kažeta na nobenega bobra.



Pravila igre so takšna. Ko je bober potrepljan po glavi, pove svoje ime, če ne kaže na nobenega drugega bobra. Sicer pa, ob predpostavki, da potrepljani bober X kaže na Y z repom in na Z s pogledom, naredi naslednje v tem zaporedju:

1. Bober X potreplja bobra Y.
2. Bober X počaka, da bober Y pove svoje ime.
3. Bober X potreplja bobra Z.
4. Bober X počaka, da bober Z pove svoje ime.
5. Bober X pove svoje ime.

Naših sedem bobrov se je postavilo, kot kaže slika. Cvetka, na primer z repom kaže na Darka ter gleda Evo.



Na začetku igre so potrepljali Ano. V kakšnem vrstnem redu so bobri povedali svoja imena?

A. Borut, Franci, Darko, Gaja, Cvetka, Eva, Ana
B. Borut, Ana, Cvetka, Darko, Franci, Gaja, Eva
C. Borut, Franci, Gaja, Darko, Eva, Cvetka, Ana
D. Borut, Ana, Cvetka, Franci, Gaja, Darko, Eva

Rešitev

Pravilni odgovor je C.

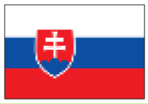
Če upoštevamo opisana navodila igre, vsak bober pove svoje ime šele, ko vsi bobri, na katere kaže, povejo svoja imena. Torej bo Ana povedala svoje ime zadnja (odgovora B in D nista pravilna) in Cvetka bo povedala svoje ime za Darkom in Evo (odgovor A je napačen). Torej odgovori A, B in D ne morejo biti pravilni, ostane le odgovor C. Da je pravilen, lahko preverimo, če sledimo navodilom igre.

Računalniško ozadje

Naloga vključuje vsaj dva osnovna računalniška koncepta: binarno drevo in rekurzijo. Slika kaže binarno drevo, ki ga uporabljamo za predstavitev podatkov, ki so »ugnezdeni« ali urejeni v hierarhijo. Večje binarno drevo je sestavljeno iz več manjših binarnih dreves, podobno kot lahko najdemo primerke X, Y in Z tudi na sliki sedmih bobrov. To omogoča, da je naloga rekurzivna, kar pomeni, da je naloga (ali algoritem rešitve) opisana sama s sabo. Skrbna uporaba binarnih dreves in rekurzije nam omogoča reševanje široke množice problemov na naraven in učinkovit način.

Dvojiška polovica

Šolsko, srednja šola



V dvojiškem (binarnem) številskem sistemu imamo le dve števki, to sta 0 in 1. Zapis v dvojiškem sistemu označimo s številko 2, ki jo zapišemo spodaj desno ob številu. Števila od 1 do 6 lahko tako zapišemo v dvojiškem sistemu kot 1_2, 10_2, 11_2, 100_2, 101_2 in 110_2. Upoštevajte naslednja pomembna števila: $1 = 1_2$, $2 = 10_2$, $4 = 100_2$, $8 = 1000_2$ in tako naprej. Seveda lahko v dvojiškem načinu zapišemo tudi ulomke.

Kako bi lahko v dvojiškem sistemu zapisali število 0,5?

A. $0{,}1_2$
B. $0{,}101_2$
C. $0{,}5_2$
D. $1{,}2_2$

Rešitev

Pravilni odgovor je A, to je, $0{,}1_2$.

V dvojiškem sistemu prva števka za »decimalno« vejico predstavlja polovico (v desetiškem sistemu predstavlja desetino). Ker je 0,5 ena polovica, zapišemo 1 na pozicijo polovice: $0{,}1_2$.

Rešitev lahko poiščemo tudi med podanimi možnimi odgovori. Odgovora C ($0{,}5_2$) in D ($1{,}2_2$) ne moreta biti pravilna, saj vsebujeta tudi druge števke, ne le 0 in 1.

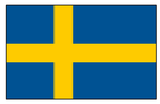
Tudi odgovor B ($0{,}101_2$) ni pravilen. Čeprav 101_2 pomeni 5, število $0{,}101_2$ ne pomeni pet desetin, ampak pet osmin, saj pozicije za vejico niso desetine, stotine in tisočine, ampak polovice, četrtine in osmine.

Računalniško ozadje

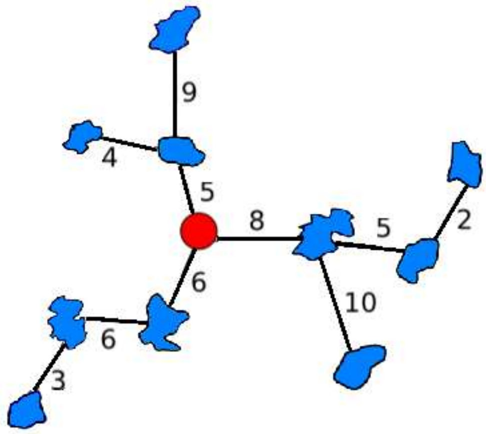
Računalniki delajo le z dvojiškimi števili (binarnimi števili). Sistem za predstavitev pozitivnih celih števil lahko razširimo tudi na dvojiške ulomke, in sicer na podoben način, kot uporabljamo desetiške (decimalne) ulomke. Zanimivo, da podobno kot ima ulomek 1/3 = 0,33333... v desetiški obliki neskončno ponovitev števke 3, tudi števila 0,2 ne moremo predstaviti s končnim dvojiškim ulomkom: $0{,}2 = 0{,}001100110011..._2$.

Skrivalnice

Šolsko, srednja šola



Medved Jaka se s prijateljico vidro Meto igra skrivalnice. Meta se skrije v enega od modrih jezer in Jaka jo začne iskati. Za iskanje ima na voljo 50 sekund. Z iskanjem začne v rdeči točki, premika pa se lahko le po povezavah med jezeri. Vsak premik med dvema jezeroma mu vzame toliko sekund, kot je zapisano na povezavi med jezeroma. Če pravočasno najde vidro Meto, zavpije »En, dva, tri, Meta!« na ves glas, da ga lahko vsi slišijo.



Koliko možnih skrivališč lahko Jaka obišče v 50 sekundah?

Rešitev

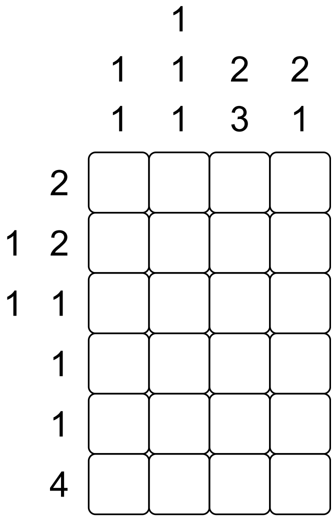
Šest. Najprej gre Jaka na desno po povezavah do jezer, do katerih porabi 8, 5 in 2 sekundi ter se po isti poti vrne na izhodišče. Za to porabi 30 sekund. Nato pregleda še jezera navzdol od izhodišča, do katerih potrebuje 6, 6 in 3 sekunde. Torej po 45 sekundah uspe obiskati šest jezer, v katerih bi se lahko skrivala Meta.

Računalniško ozadje

Sistem medsebojno povezanih krajev (vozlišč) imenujemo graf. Če v grafu nimamo ciklov (poti, po katerih se vrnemo na isto mesto), tak graf imenujemo drevo. Drevo imamo tudi v našem primeru jezer za skrivalnice. V računalništvu se grafi in še posebej drevesa veliko uporabljajo, predvsem pri shranjevanju večjih količin podatkov. Zato so učinkoviti algoritmi za preiskovanje dreves in grafov zelo pomemben del računalništva.

Gobelin

Šolsko, srednja šola



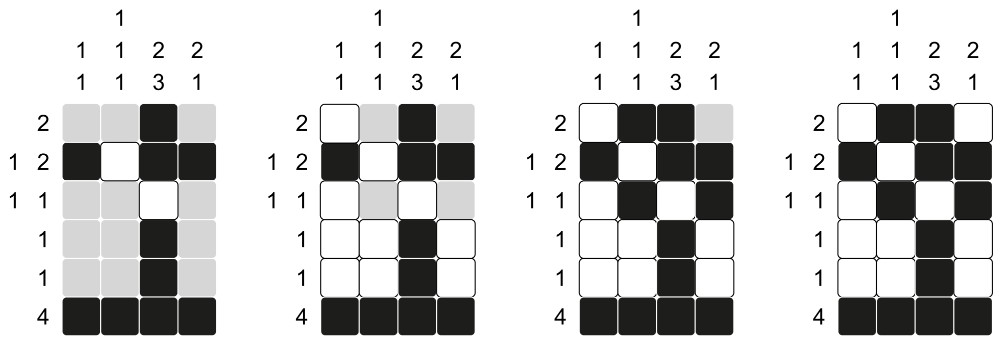
Uganka na levi se imenuje gobelin. Levo od vrstice in nad stolpci so zapisana števila, ki povedo, koliko zaporednih kvadratkov je črnih. Med dvema takšnima zaporedjema črnih kvadratkov je vsaj en bel kvadratek.

Na primer, zapis »2 1« pred vrstico pomeni, da sta nekje v vrstici dva zaporedna črna kvadratka, desno od njiju pa še eden; vmes je vsaj en bel, poljubno število belih kvadratkov pa je lahko tudi na začetku ali koncu vrstice. Zapis »1 3« nad stolpcem pomeni, da je v stolpcu črn kvadratek, nekje pod njim pa trije zaporedni črni; med njimi je vsaj en bel, prav tako so lahko beli na vrhu in dnu stolpca.

Reši gobelin na sliki!

Rešitev

1. V drugi vrstici imamo gotovo črni kvadratek, ki mu sledijo beli in dva črna. V spodnji vrstici so štirje črni kvadrati. V predzadnjem stolpcu sta dva črna, ki jima sledijo beli in trije črni.
2. Ko vemo vse to, ugotovimo, da imamo v drugi, četrti in peti vrstici že vse potrebne črne kvadratke, zato morajo biti ostali v teh vrsticah beli. Prav tako je dovolj črnih v prvem stolpcu.
3. V naslednjem koraku dopolnimo drugi stolpec in tretjo vrstico, saj za manjkajoče črne kvadratke točno vemo, kje morajo biti.
4. Na koncu določimo barvo edinega preostalega kvadrata.



Računalniško ozadje

Programi morajo velikokrat sistematično iskati rešitev nekega problema. Tu je naloga preprosta, saj lahko v vsakem koraku najdemo naslednjo potezo. Včasih je potrebno nekoliko ugibati in se po potrebi vračati nazaj, na mesto, kjer je bilo naše ugibanje napačno.

Pot skozi labirint

Državno, srednja šola

Lansko leto so imeli bobri tekmovanje, na katerem so s pomočjo robota iskali zaklad v labirintu. Do skrinje z zakladom je vodila le ena pot. Robot je bil zelo krhek, zato so morali biti zelo pozorni, da z njim niso zadeli v stene.

Letos bi morali ponoviti podvig, a je mlad požrešen bober pojedel skoraj cel zemljevid! Ostal je le manjši kos.

Lani so bobri za vodenje robota skozi labirint do skrinje z zakladom in nazaj uporabili eno od navedenih poti, a so pozabili, katero. Pomagajte jim!

Posamezne črke imajo naslednji pomen: L – levo, R – desno, U – gor in D – dol.

A. LLURUURULLLDDRUDLUURRRDLDDLDRR
B. LLURULURULLDDRUDLUURRDRLDDLDRR
C. LLURUURULLLLDRUDLURRRRDLDDLDRR
D. LLLLLULUURDRURRRLDLULDDRURRRRL

Rešitev

Pravilni odgovor je A. Za vse ostale odgovore lahko najdemo razlog, zakaj mora biti odgovor napačen.

Odgovor B je napačen. Pot mora voditi skozi labirint do skrinje in nazaj po isti poti. Torej mora biti simetrična: od skrinje naprej se mora ponoviti z obratnimi koraki, torej z zamenjanimi L in R ter U in D. V odgovoru B pa druga polovica poti ne sledi obrnjeni prvi polovici.

Odgovor C sploh ne vodi proti skrinji z zakladom, kar ugotovimo, če sledimo poti (pri tem si lahko zamišljamo manjkajoči del zemljevida in predpostavimo, da robot ne zadane nobene stene).

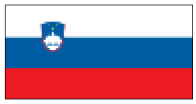
Odgovor D vodi do skrinje z leve strani, kar ni mogoče.

Računalniško ozadje

Kadar program odpove, mora programer poiskati napake. To lahko naredi tako, da sledi izvajanju programa (kot smo to naredili pri odgovoru C in D) ali pa poišče bolj premetene načine za ugotavljanje, kje bi lahko prišlo do napake (kot pri odgovoru B, kjer smo ugotovili, da program ni simetričen, kot bi moral biti).

Računi brez oklepajev

Državno, srednja šola



Bober Janez ne mara oklepajev, ker se mu zdijo nekako preveč oklepajoči. Zato si je izmislil način, da je lahko pisal matematične izraze brez oklepajev: aritmetične operatorje (+, -, * in /) je vedno zapisal za obema vrednostma, nad katerima operator deluje. Pri izračunu vrednosti izraza je zato upošteval, da vsak operator za izračun uporabi obe vrednosti, ki sta zapisani pred njim, ter na njihovo mesto zapiše izračunano vrednost.

Tako je Janez na primer formulo za obseg pravokotnika **(a + b) * 2** zapisal kot **a b + 2 *** (seštej **a** in **b**, nato rezultat pomnoži z **2**). Potem je ves navdušen ugotovil, da to ni edini način zapisa formule, saj lahko napiše tudi **2 a b + ***. V tem primeru je izračun naslednji: seštej **a** in **b** ter pomnoži **2** z vsoto, kar prikazuje spodnja tabela.

<table>
<tr><td>2</td><td>a</td><td>b</td><td>+</td><td>*</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="3">a+b</td><td>*</td></tr>
<tr><td colspan="5">2*(a+b)</td></tr>
</table>

Tudi formulo za površino kvadra **2 * (a * b + a * c + b * c)** lahko zapišemo na različne načine. Katera od naslednjih formul je enaka temu zapisu?

A. 2 a b * a c * b c * + + *
B. 2 a b + a c + b c + * * +
C. 2 a b * b c * a c * + *
D. 2 a * b a + * c b + * c *

Rešitev

Pravilni odgovor je A. Če upoštevamo pravilo zamenjav podizrazov, dobimo naslednje izračune:

<table>
<tr><td>2</td><td>a</td><td>b</td><td>*</td><td>a</td><td>c</td><td>*</td><td>b</td><td>c</td><td>*</td><td>+</td><td>+</td><td>*</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="3">a*b</td><td colspan="3">a*c</td><td colspan="3">b*c</td><td>+</td><td>+</td><td>*</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="3">a*b</td><td colspan="7">a*c+b*c</td><td>+</td><td>*</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="11">a*b+a*c+b*c</td><td>*</td></tr>
<tr><td colspan="13">2*(a*b+a*c+b*c)</td></tr>
</table>

Operacije, ki jih naredimo v enem koraku, lahko izvedemo eno za drugo ali pa sočasno (kot v zgornji tabeli).

Za formulo B bi bil izračun naslednji:

<table>
<tr><td>2</td><td>a</td><td>b</td><td>+</td><td>a</td><td>c</td><td>+</td><td>b</td><td>c</td><td>+</td><td>*</td><td>*</td><td>+</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="3">a+b</td><td colspan="3">a+c</td><td colspan="3">b+c</td><td>*</td><td>*</td><td>+</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="3">a+b</td><td colspan="7">(a+c)*(b+c)</td><td>*</td><td>+</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="11">(a+b)*(a+c)*(b+c)</td><td>+</td></tr>
<tr><td colspan="13">2+(a+b)*(a+c)*(b+c)</td></tr>
</table>

Pri formuli C bi dobili naslednji izračun:

<table>
<tr><td>2</td><td>a</td><td>b</td><td>*</td><td>b</td><td>c</td><td>*</td><td>a</td><td>c</td><td>*</td><td>+</td><td>*</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="3">a*b</td><td colspan="3">b*c</td><td colspan="3">a*c</td><td>+</td><td>*</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="3">a*b</td><td colspan="7">b*c+a*c</td><td>*</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="11">(a*b)*(b*c+a*c)</td></tr>
</table>

Ker nam ostaneta dve vrednosti in nič preostalih operatorjev, tak zapis ni veljavna formula in zato ne more biti pravilen.

Z upoštevanjem formule D dobimo naslednji izračun:

<table>
<tr><td>2</td><td>a</td><td>*</td><td>b</td><td>a</td><td>+</td><td>*</td><td>c</td><td>b</td><td>+</td><td>*</td><td>c</td><td>*</td></tr>
<tr><td colspan="3">2*a</td><td colspan="3">b+a</td><td>*</td><td colspan="3">c+b</td><td>*</td><td>c</td><td>*</td></tr>
<tr><td colspan="7">2*a*(b+a)</td><td colspan="3">c+b</td><td>*</td><td>c</td><td>*</td></tr>
<tr><td colspan="11">2*a*(b+a)*(c+b)</td><td>c</td><td>*</td></tr>
<tr><td colspan="13">2*a*(b+a)*(c+b)*c</td></tr>
</table>

Računalniško ozadje

Vsoto števil 3 in 4 navadno zapišemo kot 3 + 4, kar imenujemo infiksni zapis. Vendar lahko to vsoto zapišemo tudi kot + 3 4 (dobesedno: seštej 3 in 4), kar imenujemo prefiksni zapis ali poljski zapis (ker ga je izumil poljski logik Jan Łukasiewicz). Tretji način zapisa omenjene vsote pa je 3 4 +, kar imenujemo postfiksni zapis ali obrnjeni poljski zapis. Uporabili smo ga tudi v naši nalogi. Kot smo ugotovili že v nalogi, je tak način zapisa zelo primeren, saj ne zahteva nobenih oklepajev (pravzaprav se oklepajem lahko izognemo tudi z uporabo prefiksnega zapisa). Opazimo lahko tudi, da se za zapis funkcij, kot sta sin x ali log x, pravzaprav uporablja prefiksni zapis.

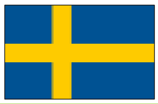
Postfiksni zapis lahko enostavno implementiramo v računalniku. Posamezne vrednosti shranjujemo v strukturi, imenovani sklad. Operator vzame vrhnji dve vrednosti s sklada, izvede operacijo (npr. seštevanje ali množenje) ter rezultat zapiše nazaj na sklad.

Ravno enostavna implementacija je glavni razlog, da se ta vrsta zapisa uporablja na nekaterih kalkulatorjih, ki jih lahko programiramo (formulo shranimo v kalkulator in jo kasneje uporabimo). Včasih so bili taki kalkulatorji zelo popularni pri inženirjih (nekateri jih še vedno uporabljajo).

Verjetno ste že zasledili tudi izraz PostScript, ki se uporablja v povezavi s tiskalniki ali pisavami. PostScript je jezik, ki se pogosto uporablja za komunikacijo računalnika s tiskalnikom, njegovo ime pa nakazuje, da uporablja postfiksni zapis. Tudi format PDF je različica jezika PostScript.

Skrivni jezik razbojnikov

Državno, srednja šola



Skrivni jezik razbojnikov (v svojih knjigah o detektivskem mojstru Blomkvistu ga je uporabila Astrid Lindgren) je podoben našemu jeziku, le da je vsak soglasnik v besedi zamenjan s kombinacijo: soglasnik, črka 'o' ter ponovno soglasnik; samoglasniki pa se ne spremenijo. Tako na primer beseda *bober* v jeziku razbojnikov postane *bobobobero*r.

Bober Oskar si svoja gesla vedno zapiše v skrivnem jeziku razbojnikov, za dodatno varnost pa uporabi še en trik: včasih soglasnika v besedi ne spremeni. Zapisano geslo *nonos* lahko torej pomeni tako *nos* kot tudi *nonos*.

Na enem od zapiskov ima Oskar zapisano besedo *boboboborororhejmowowdor*. Koliko različnih gesel je lahko zapisanih s to besedo?

A. 7
B. 12
C. 16
D. 24

Rešitev

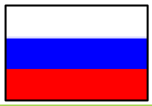
Dvanajst (odgovor B). Prvi del besede *bobobob* je lahko v izvirniku *bob*, *bobob* ali *bobobob*, torej tri možnosti. Naslednji del besede *roror* je lahko v izvirniku *roror* ali pa *ror* (v slednjem primeru bi Oskar lahko izpustil zamenjavo prvega ali pa drugega znaka r, vendar to ni pomembno), torej imamo dve možnosti. Sledi še del besede *wow*, ki bi lahko bil v izvirniku ali *wow* ali *w*, torej imamo ponovno dve možnosti. Skupaj imamo torej 3 x 2 x 2 = 12 možnih gesel.

Računalniško ozadje

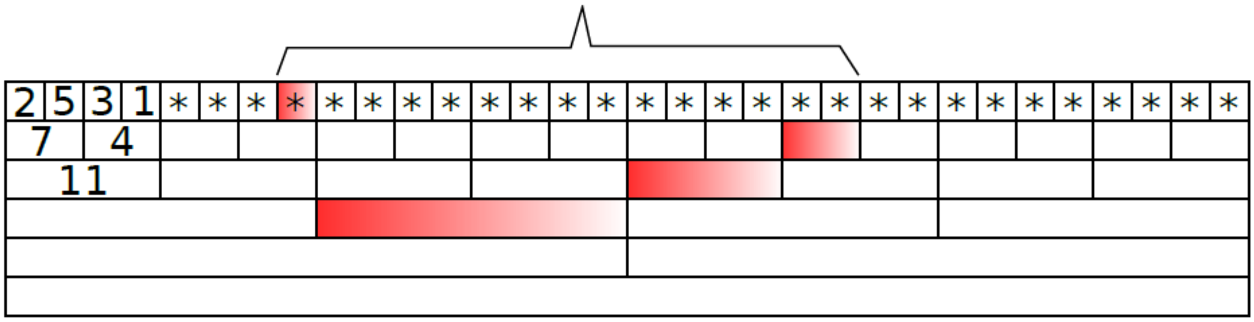
Zelo uporabna strategija reševanja problemov v računalništvu je, da večji problem razbijemo na več manjših podproblemov. Včasih so podproblemi popolnoma neodvisni, tako kot v primeru naše naloge. Če so podproblemi povezani, rešitev zahteva nekoliko bolj prefinjen algoritem.

Skladišča

Državno, srednja šola



Zajklja Zala ima korenje za zimo shranjeno v 32 zaporednih skladiščih. V vsakem skladišču je shranjena določena količina korenja; slika prikazuje prva štiri skladišča s količinami 2, 5, 3 in 1 tono korenja. Vsa ostala skladišča so označena z zvezdico.



Zala je za boljšo evidenco nad zalogami korenja naredila še nekaj preračunov. Skladišča je razdelila na pare zaporednih skladišč in izračunala skupno vsoto korenja v vsakem paru (slika prikazuje vsoti za prva dva para skladišč, to sta 7 ton in 4 tone). Te je spet razdelila na pare in izračunala skupne vsote (v prvih štirih skladiščih je tako 11 ton korenja). Na podoben način je vpisala izračunane vsote v vse pravokotnike na sliki ter na koncu izračunala skupno količino korenja.

Če bi želela Zala izračunati skupno vsoto korenja v nekem delu zaporednih skladišč (recimo, od 8. do 22. skladišča, ki so na sliki označeni z oklepajem), ni potrebno, da sešteje vseh 15 vrednosti posameznih skladišč, saj ima že izračunane delne vsote. Tako zadostuje, da sešteje le vrednosti iz pravokotnikov, ki so označeni rdeče. Namesto petnajstih števil mora tako sešteti le štiri.

Če želimo izračunati količino korenja v poljubnem delu zaporednih skladišč, vedno zadostuje, da seštejemo le nekaj števil. Najmanj koliko je teh števil?

A. 6
B. 7
C. 8
D. 15

Rešitev

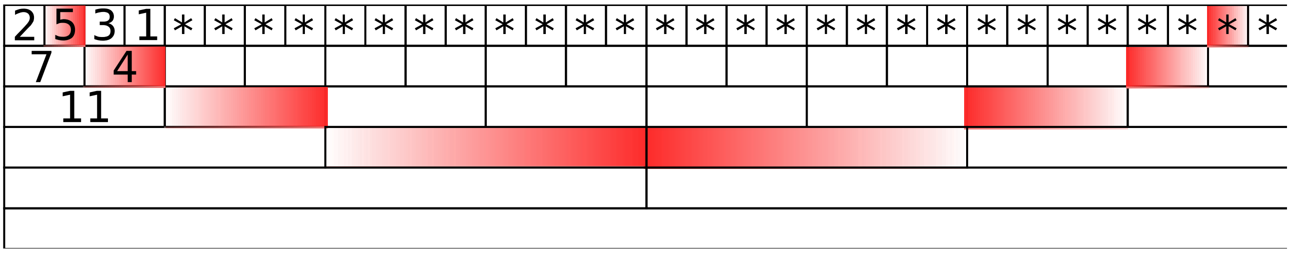
Pravilni odgovor je C.

Kako bi lahko bila videti najdaljša vsota? Bi lahko vsebovala dva takšna sosednja segmenta iz zgornje vrstice v tabeli, kot sta tista s številkama 3 in 1? Ne, saj bi v tem primeru namesto njiju v vsoti upoštevali polje pod njima (4, v gornjem primeru). Najdaljša vsota verjetno tudi ne bo vsebovala dveh zaporednih segmentov, kot sta

gornja 5 in 3, saj bi to zaporedje imelo le dva segmenta; čim bi bila zraven še gornja 2 ali 1, bi namesto njiju spet vzeli vsoto para.

Enako lahko razmišljamo v naslednji vrstici: vsota gotovo ne bo vsebovala 7 in 4, saj bi namesto njiju vzeli 11.

Najdaljša vsota bo torej tista, ki bo vsebovala segmente, označene rdeče na spodnji sliki. Teh segmentov je osem, torej bomo morali sešteti osem števil.



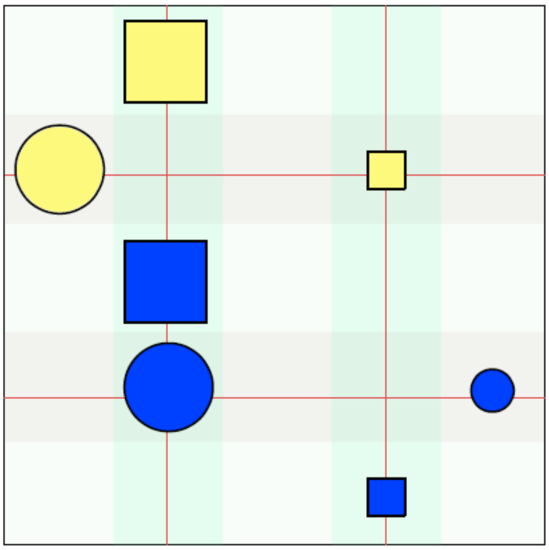
Računalniško ozadje

Problem prikazuje podatkovno strukturo *segmentno drevo*, ki jo uporabljamo za shranjevanje intervalov ali segmentov. Omogoča hitro seštevanje dela elementov polja, prav tako pa omogoča hitro spreminjanje elementov. Če spremenimo en element polja, moramo ponovno preračunati po en segment na vsakem nivoju.

Krogi in kvadrati

Državno, srednja šola

Janez in Sara igrata igro, imenovano "Resnično ali neresnično". V tej igri je Janez postavil na mizo več kart (kot prikazuje slika), nato pa podal nekaj izjav glede oblike, barve, velikosti in pozicije kart. Vsaka izjava je lahko resnična ali neresnična.



Pomagajte Sari ugotoviti, katera izmed spodnjih izjav je resnična.

A. Za nekatere pare kart X in Y velja, da je X modra in Y je rumena in X je nad Y.
B. Za vsak par kart X in Y velja, da če je X kvadratna in Y okrogla, potem je X nad Y.
C. Za vsak par kart X in Y velja, da če je X majhna in je Y velika, potem je X na desni strani Y.
D. Za vsak par kart X in Y velja, da če je X rumena in je Y modra, potem je X pod Y.

Rešitev

Pravilni odgovor je C, saj so vse majhne karte postavljene desno od vseh velikih kart.

Na mizi ni nobene modre karte, ki bi bila nad rumeno karto, torej je izjava A napačna. Vse kvadratne karte niso nad vsemi okroglimi kartami, torej je napačna tudi izjava B. Vse rumene karte niso pod vsemi modrimi kartami, torej je napačna tudi izjava D.

Računalniško ozadje

V opisani igri moramo ugotoviti, ali je logična izjava pravilna ali napačna. Vsako izjavo lahko zapišemo s predikatno logiko. Lastnosti karte X lahko predstavimo s predikati kvadrat(X), krog(X), velika(X), majhna(X), modra(X) in rumena(X). Relacije

med pari kart X in Y lahko zapišemo s predikati nad(X,Y), pod(X,Y) ali desno(X,Y). Z uporabo navedenih predikatov lahko zgornje izjave zapišemo kot:

A. obstaja X, Y: modra(X) in rumena(Y) in nad(X,Y)
B. za vse X, Y: če (kvadrat(X) in krog(Y)), sledi nad(X,Y)
C. za vse X, Y: če (majhna(X) in velika(Y)), sledi desno(X,Y)
D. za vse X, Y: če (rumena(X) in modra(Y)), sledi pod(X,Y)

Predikatna logika je pomembna v računalništvu, saj z njo lahko opišemo in dokažemo lastnosti računalniških sistemov. Logično sklepanje lahko tudi avtomatiziramo, tako da lahko računalniki sami potegnejo logične zaključke. Obstajajo tudi programski jeziki, ki temeljijo na predikatni logiki; eden takih je Prolog.

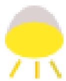
Znak iz diod LED

Državno, srednja šola

Znak iz diod LED sestavlja dolga vrsta posameznih diod, od katerih je lahko vsaka prižgana ali ugasnjena. Znak ima tudi gumb, ki povzroči, da posamezne diode lahko sočasno spremenijo svoje stanje v skladu z naslednjimi pravili:

če je dioda ugasnjena,	se prižge
če je dioda prižgana in sta obe njeni neposredni sosedi tudi prižgani,	ostane prižgana
če je dioda prižgana in sta obe njeni neposredni sosedi ugasnjeni,	ostane prižgana
sicer	se ugasne

Zjutraj, preden smo pritisnili na gumb, je bil znak ponastavljen: vse diode LED so prižgane, razen ene, kot vidimo na sliki:

 predstavlja diodo LED, ki je prižgana

 predstavlja diodo LED, ki je ugasnjena

Katera slika pravilno predstavlja stanje znaka iz diod LED, potem ko smo 7 krat pritisnili na gumb?

A. 

B. 

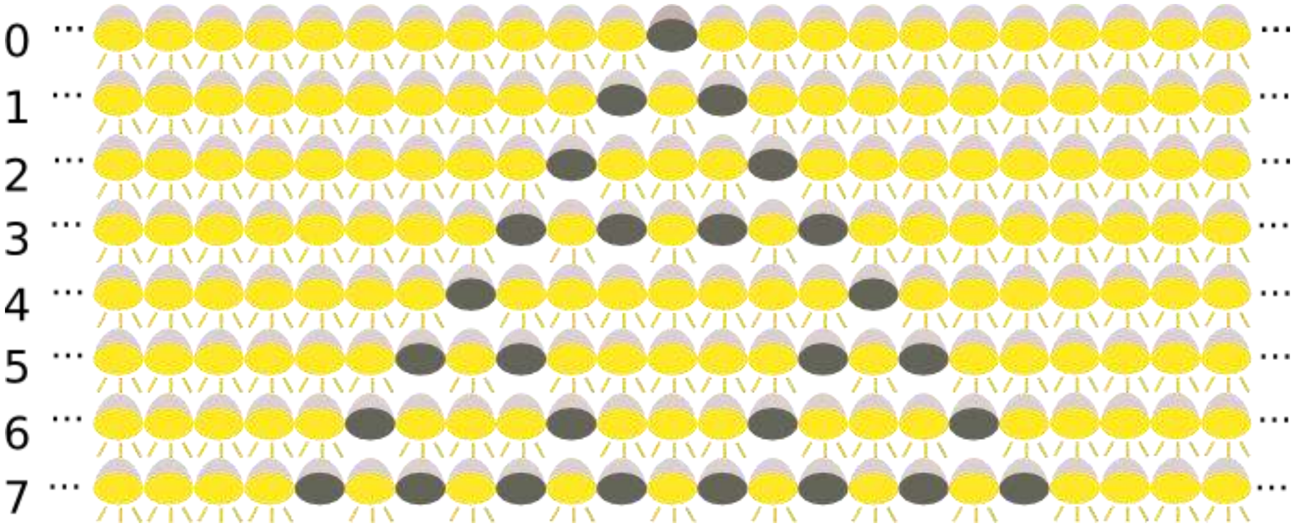
C. 

D. 

E. 

Rešitev

Pravilni odgovor je A. Do odgovora najlažje pridemo tako, da simuliramo stanje znaka ob vsakem pritisku na gumb:



Računalniško ozadje

To je preprost primer celičnega avtomata. Celični avtomat je sistem, v katerem vsaka celica (vsaka dioda) spreminja svoje stanje glede na stanje svojih sosedov. Celični avtomati so močni računski modeli, ki jih uporabljamo pri proučevanju kompleksnih sistemov in njihovega pojavnega obnašanja. Igra življenja (Game of Life), ki jo je ustvaril britanski matematik John Conway, temelji na celičnem avtomatu in s pojavljanjem pravilnih vzorcev tudi iz povsem naključnega začetnega stanja zabava že več generacij računalniških strokovnjakov.

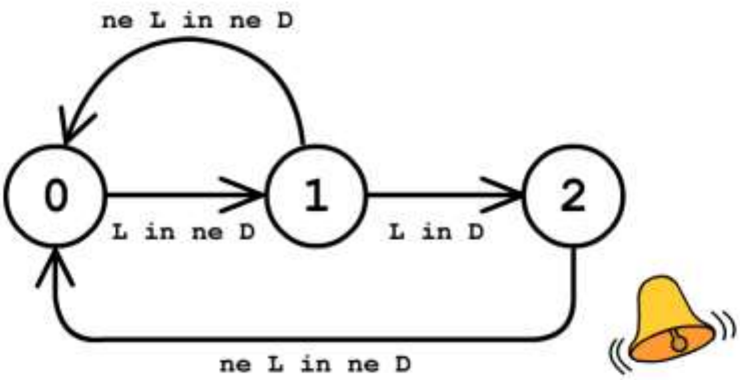
Nadzorna kamera

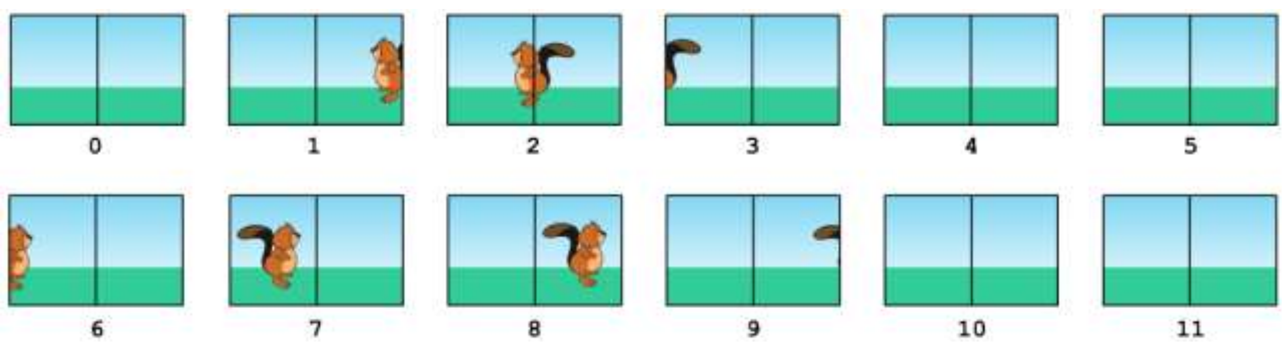
Državno, srednja šola

Na tržnici je postavljena nadzorna kamera, ki spremlja gibanje na nadzorovanem območju. Kamera je priključena na računalnik, ki sproži zvonjenje zvonca, kadar zazna določene premike na območju. Računalnik vsako sekundo prejme živo sliko s kamere ter jo obdela. Gibanje zazna s primerjavo trenutne slike s predhodno sliko.

Računalnik je lahko v treh različnih stanjih in deluje, kot prikazuje diagram. Na začetku je računalnik v stanju 0. Puščice in oznake povedo, kdaj računalnik spremeni stanje. Računalnik sproži zvonjenje na prehodu iz stanja 2 nazaj v stanje 0.

L – Spremenil se je levi del slike.
D – Spremenil se je desni del slike.





Na začetku je računalnik v stanju 0. Kdaj zazvoni zvonec, če kamera zazna zgornje slike?

A. Med 10 in 11.
B. Med 9 in 10.
C. Med 2 in 3.
D. Med 3 in 4.

Rešitev

Pravilni odgovor je A. Računalnik zaznava le gibanje od leve proti desni. Zvonjenje se sproži, če objekt vstopi v nadzorovano območje na levi strani in ga zapusti na desni strani. V našem primeru na sliki je računalnik ob posameznih posnetkih v naslednjih stanjih:

0: stanje 0,
1: stanje 0,
2: stanje 0,
3: stanje 0,
4: stanje 1,
5: stanje 0,
6: stanje 1,
7: stanje 1,
8: stanje 2,
9: stanje 2,
0: stanje 2,
11: stanje 0 (oglasi se zvonec)

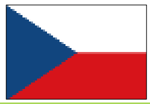
Računalniško ozadje

Na območjih, kjer je zelo pomembna varnost (kot so na primer letališča), so postavljene nadzorne kamere. Živo sliko s teh kamer obdelajo računalniki, ki štejejo ljudi, ki so vstopili v nadzorovano območje, ali poskušajo odkrivati nevarne situacije. Programi za obdelavo temeljijo na diagramih prehodov stanj, kot je ta v naši nalogi.

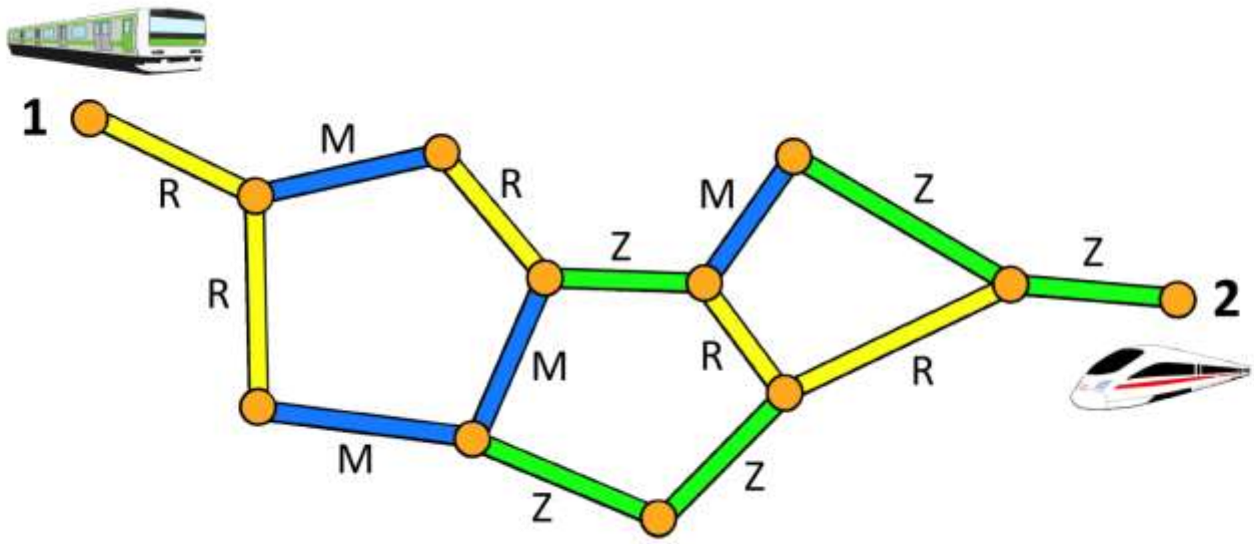
Shemam stanj, kakršno ste srečali v tej nalogi, rečemo tudi končni avtomat. Končni avtomati so uporabni tudi na številnih drugih področjih računalništva, predvsem pri analizi besedil.

Hitri vlaki

Državno, srednja šola



Dva vlaka vozita eden proti drugemu, prvi s postaje 1, drugi s postaje 2. Spodnji zemljevid prikazuje vse postaje in obarvane železniške povezave med njimi. V kateremkoli trenutku se premika le en vlak, medtem ko drugi stoji na neki postaji. Ko se vlak premika, se zabeleži barva železniške povezave, po kateri vlak potuje. Pri tem pa se ne zabeleži, ali gre za premikanje prvega ali drugega vlaka.



Tako lahko na primer zapis **MZ** pomeni, da se je en vlak premaknil najprej po **M**odri in nato po **Z**eleni povezavi, ali pa je en vlak najprej zapeljal po **M**odri povezavi, nato pa je drug vlak zapeljal po **Z**eleni povezavi.

Oba vlaka se nekje srečata. Kateri od spodnjih zapisov je bil shranjen v trenutku srečanja vlakov?

A. ZRZMZRMM
B. RRMRZZMZ
C. ZMRMRZR
D. RMMRMRR

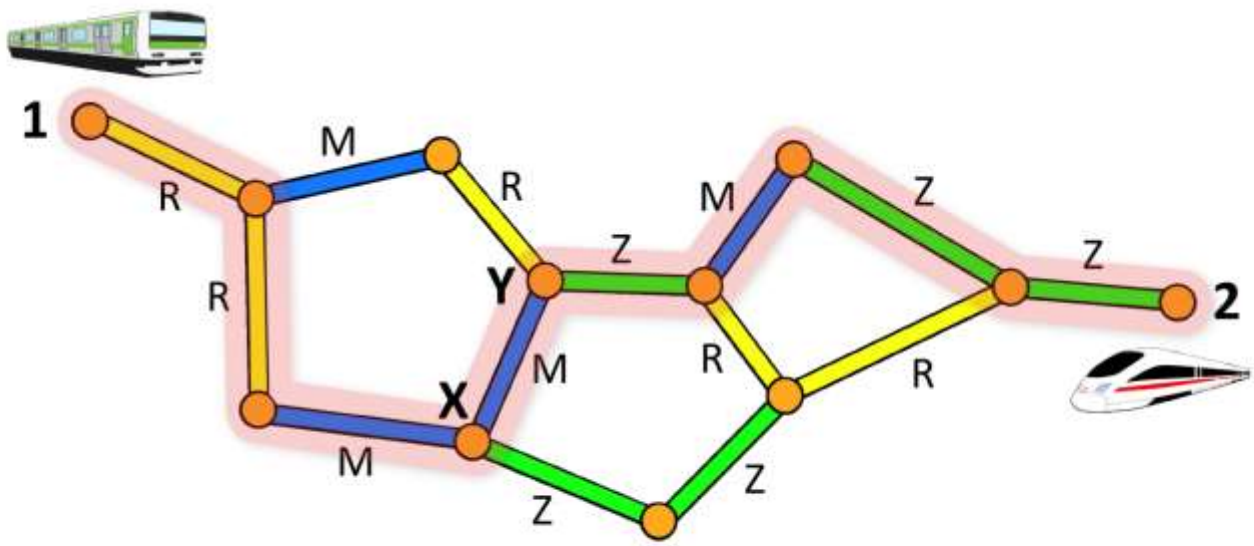
Rešitev

Pravilni odgovor je A.

Preglejmo vse podane odgovore. Odgovor D (RMMRMRR) ni pravilen, saj ne vsebuje zelene proge Z. Vsak vlak, ki pride ali odide s postaje 2, mora peljati po zeleni progi.

Tudi odgovor C (ZMRMRZR) je napačen. Zapis se začne s črko Z, torej se mora prvi premakniti vlak s postaje 2. Druga črka zapisa je M, vendar noben vlak ne stoji na postaji, s katere vodijo modre povezave.

Tudi za odgovor B (RRMRZZMZ) lahko ugotovimo, da je napačen. Do črke Z v zapisu poti se lahko premika le vlak s postaje 1. Ko ta vlak prepelje proge RRM, pripelje do postaje X (označena na spodnji sliki). Naslednja črka je R, vendar s postaje X ne vodi nobena rumena proga.



Pravilen odgovor je ZRZMZRMM. Navpične črte v zapisu Z|R|ZMZ|RMM označujejo, kje se zamenjata vlaka v zapisu. Pot je označena na sliki. Najprej odpelje vlak s postaje 2, oba vlaka pa se srečata na postaji Y.

Računalniško ozadje

Če v procesorju tečeta dva neodvisna procesa, je potrebno poskrbeti za upravljanje, kateri od njiju je trenutno na vrsti, saj lahko procesor v vsakem trenutku izvaja le en proces. To je podobno dvema vlakoma, od katerih se lahko premika le eden naenkrat.

Telefonski računi

Državno, srednja šola

Telekom shranjuje informacije o računih svojih strank na dva načina, A ali B. V obeh primerih ima vsaka stranka natanko tri različne bremenitve: za pogovore, za tekstovna sporočila in za podatke. Vsaka stranka ima tudi svojo enolično telefonsko številko.

Način A

Vse podatke shranimo v eni tabeli. Vsaka vrstica tabele pripada eni vrsti bremenitve. Primer tabele je:

IME	*TELEFONSKA ŠTEVILKA*	*VRSTA*	*ZNESEK*
Andreja	458-6578	podatki	10,00
Andreja	458-6578	pogovori	15,00
Andreja	458-6578	sporočila	10,00
Viktor	235-8998	podatki	40,00
Viktor	235-8998	pogovori	40,00
Viktor	235-8998	sporočila	30,00
Marija	515-6632	podatki	25,00
Marija	515-6632	pogovori	20,00
Marija	515-6632	sporočila	20,00

Način B

Telefonsko številko vsakega uporabnika shranimo v eni tabeli. Bremenitve pa shranimo v drugi tabeli, v kateri vsaka vrstica pripada eni vrsti bremenitve. Primer obeh tabel je:

IME	*TELEFONSKA ŠTEVILKA*
Andreja	458-6578
Viktor	235-8998
Marija	515-6632

TELEFONSKA ŠTEVILKA	*VRSTA*	*ZNESEK*
458-6578	podatki	10,00
458-6578	pogovori	15,00
458-6578	sporočila	10,00
235-8998	podatki	40,00
235-8998	pogovori	40,00
235-8998	sporočila	30,00
515-6632	podatki	25,00
515-6632	pogovori	20,00
515-6632	sporočila	20,00

Količino porabljenega prostora merimo v bajtih. Vsako ime zahteva 128 bajtov, vrsta bremenitve 1 bajt, telefonska številka in znesek pa vsak po 4 bajte, in to neodvisno od dolžine imena stranke ali višine zneska računa.

Recimo, da sta A in B količini porabljenega prostora, ki ga zahtevata način A in način B (po vrsti). Če ima Telekom 1000 strank, katera od naslednjih trditev o količini porabljenega prostora drži?

A. B potrebuje več kot dvakrat toliko prostora kot A (B > 2A).
B. B potrebuje več prostora, a ne dvakrat več kot A (B > A, vendar B < 2A).
C. A potrebuje več prostora kot B, vendar manj kot dvakrat več (A > B, vendar A < 2B).
D. A potrebuje več kot dvakrat toliko prostora kot B (A > 2B).

Rešitev

Pravilni odgovor je D.

Način A porabi 128 + 4 + 1 + 4 = 137 bajtov na vrstico. Za vsako stranko imamo tri vrstice, torej skupaj 3000 vrstic. Tako za način A potrebujemo 137 x 3000 = 411000 bajtov.

Način B porabi 128 + 4 = 132 bajtov za vsako vrstico v prvi tabeli, v kateri je 1000 vrstic. Poleg tega pa porabi še 4 + 1 + 4 = 9 bajtov za vsako vrstico v drugi tabeli, ki ima 3000 vrstic. Torej za način B potrebujemo 132 x 1000 + 9 x 3000 = 159000 bajtov.

Ker je 41100 več kot dvakrat 159000, je pravilen odgovor D.

To velja pravzaprav za katerokoli število strank: za *n* strank način A zahteva 411*n* bajtov, način B pa 159*n* bajtov.

Računalniško ozadje

Podatkovne baze shranjujejo velike količine podatkov preko daljšega časovnega obdobja. Te podatke pogosto shranimo v tabele. Za določitev števila tabel in katere podatke shranimo v katere tabele, potrebujemo posebno strokovno znanje. Različni načini morajo uravnotežiti količino porabljenega prostora s potrebnim časom za posamezno poizvedbo (odgovor na vprašanje v zvezi s shranjenimi podatki).